

Titre: Influence de l'hétérogénéité du massif rocheux sur le calcul des
Title: contraintes in situ

Auteur: Romain Cloix
Author:

Date: 2010

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Cloix, R. (2010). Influence de l'hétérogénéité du massif rocheux sur le calcul des
Citation: contraintes in situ [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/372/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/372/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Robert Corthésy, & Maria-Helena Leite
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

INFLUENCE DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DU MASSIF ROCHEUX SUR LE CALCUL DES
CONTRAINTES IN SITU

ROMAIN CLOIX
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CIVIL)
AOÛT 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

INFLUENCE DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DU MASSIF ROCHEUX SUR LE CALCUL DES
CONTRAINTES IN SITU

présenté par : CLOIX Romain

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PASQUIER Philippe, Ph.D., président.

Mme LEITE Maria Helena, Ph.D., membre et directrice de recherche.

M. CORTHÉSY Robert, Ph.D., membre et codirecteur de recherche.

M. GILL Denis E., Ph.D., membre.

REMERCIEMENTS

En guise de préambule à ce mémoire, je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ma maîtrise.

Je tiens à remercier chaleureusement mes directeurs de recherche, Madame Maria Helena Leite et Monsieur Robert Corthésy, pour leurs enseignements et leurs conseils avisés tout au long de la préparation du présent mémoire.

Je tiens également à remercier mon amie Sibylle pour son soutien et son aide dans la finition de ce travail.

Enfin, je tiens à remercier Antoine, Frédéric ainsi que les étudiants des cycles supérieurs du département des génies civil, géologique et des mines de l'École Polytechnique de Montréal pour le soutien qu'ils m'ont apporté tout au long de ces deux années.

RÉSUMÉ

Parmi les différentes techniques disponibles pour la mesure de contraintes dans les massifs rocheux, la technique du Doorstopper propose de nombreux avantages tant par la facilité de réalisation des mesures que par la capacité des modèles d'interprétation existant à refléter le comportement des roches aux points de mesure. Se démarquant des autres, cette technique permet l'obtention du tenseur tridimensionnel des contraintes dans les zones très fracturées ou étant le siège de pressions naturelles très importantes. Basée sur le principe de récupération, cette technique consiste à mesurer les déformations au fond d'un forage suite au relâchement des contraintes y existant, relâchement provoqué par le prolongement du forage.

L'obtention du tenseur de contraintes tridimensionnel par la technique du Doorstopper requiert le forage de trois trous non parallèles ainsi que la détermination des paramètres d'élasticité du massif. Des améliorations récentes ont permis de réduire le nombre de forages à deux lorsque la méthode RPR est utilisée pour l'interprétation des mesures. Il existe deux approches sensiblement différentes pour établir le tenseur de contraintes tridimensionnel par la technique du Doorstopper, après récupération des déformations en fond des trous de forage :

- soit en déterminant le tenseur de déformation 3D à partir des tenseurs partiels de déformation, puis en établissant le tenseur de contrainte 3D. Cette méthode, proposée par Gray et Toews, utilise des paramètres de déformabilité moyens ;
- soit en déterminant le tenseur de contrainte 3D à partir des tenseurs partiels de contrainte de préforage aux points de mesure. Les paramètres de déformabilité de la roche propres à chaque point de mesure sont utilisés pour établir les tenseurs partiels.

La première approche est la plus utilisée dans le monde à ce jour. Cependant, les hypothèses de travail, stipulant que le massif rocheux est homogène dans le volume concerné par les mesures, tendent à affaiblir ses résultats en milieu fortement hétérogène. La relation contraintes-déformations utilisant un seul couple de paramètres élastiques semble être le point faible de cette méthode. L'autre approche permet en revanche de rendre compte de l'hétérogénéité en associant à chaque tenseur partiel de contrainte les caractéristiques de la roche au point de mesure. Quatre méthodes associées à cette approche sont exploitées pour établir l'état de contrainte d'un massif :

- la méthode dite *Méthode Convergente* utilise les données issues de trois forages convergents, les prises de mesures étant supposées ponctuelles. Cette méthode est celle respectant le plus les hypothèses de travail liées à l'utilisation de la technique du Doorstopper ;
- la méthode dite *Méthode Divergente* utilise quant à elle l'extraction des données dans trois forages divergents, chaque prise de mesure étant faite dans un matériau ayant des

propriétés différentes les unes des autres. Cette méthode tient compte de l'impossibilité pratique d'effectuer trois forages convergents en un même point et permet d'introduire l'hétérogénéité dans le calcul du tenseur de contrainte ;

- les méthodes RPR, associées à la technique du Doorstopper Modifié, utilisent des informations relatives à la contrainte parallèle à l'axe du forage pour fournir une équation supplémentaire, permettant d'établir l'état de contrainte avec deux forages uniquement (*Méthode RPR 2 Forages*). Augmentant la quantité d'information prélevée, l'utilisation d'un troisième forage devrait améliorer la qualité du résultat final (*Méthode RPR 3 Forages*).

Les cas existants dans la littérature mettent peu en avant l'impact de l'hétérogénéité seule sur le calcul du tenseur de contrainte par la technique du Doorstopper. Cette étude a pour but de mieux comprendre l'impact de l'hétérogénéité globale d'un massif rocheux sur le calcul de l'état de contrainte moyen, notamment en étudiant l'influence de prises de mesures non-ponctuelles sur le résultat final (la ponctualité des mesures est une hypothèse forte pour la technique étudiée, car on suppose le gradient de contrainte nul au sein du faible volume impliqué dans les mesures). Cette étude propose notamment de mettre en perspective les résultats de ces méthodes d'interprétation des mesures liées à cette technique en utilisant la modélisation numérique.

L'un des points forts de cette recherche réside dans le fait que les comparaisons qualitatives des résultats se font de manière objective par rapport à un référentiel absolu, puisque l'état de contraintes moyen est connu a priori. Les seules sources d'erreurs dans la détermination du tenseur des contraintes par la méthode des moindres carrés sont imputables à l'hétérogénéité. Les autres sources, tels que les erreurs expérimentales inhérentes à la prise de mesures sur le terrain, sont supprimées grâce à l'utilisation de modélisations numériques. La génération de ces nombreux modèles simulant des massifs hétérogènes soumis à divers états de contrainte s'est effectuée en utilisant le logiciel *Flac^{3D}*. De plus, cette étude essaie de mieux appréhender le champ d'action de la méthode RPR en milieu hétérogène, ainsi que l'intérêt d'utiliser deux ou trois forages. Dans la pratique, la méthode RPR peut être très sensible aux erreurs expérimentales et requiert des courbes de récupération de très bonnes qualités (courbes qui ne sont pas toujours disponibles). Connaître et pouvoir quantifier l'influence seule de l'hétérogénéité sur cette méthode permettrait de quantifier les erreurs maximales acceptable rendant la méthode du RPR moins performante que les autres. Enfin, cette recherche dresse un bilan critique sur la pertinence d'utiliser ou non la méthode de Gray et Toews pour l'interprétation des mesures au Doorstopper en milieu hétérogène.

Les comparaisons sont faites à partir de l'étude des biais relatifs par rapport au tenseur moyen appliqué sur les modèles, des erreurs standards sur la régression par les moindres

carrés, des erreurs types sur les composantes de contrainte du tenseur calculé mais également de l'orientation et de l'intensité des contraintes principales calculées. Les résultats de l'étude montrent que l'approche utilisant les tenseurs partiels de contrainte offre une meilleure prise en compte de l'hétérogénéité que l'approche utilisée par Gray et Toews. Avec des biais relatifs une fois et demie à deux fois supérieurs à ceux des autres, une rotation importante des repères principaux et une forte dispersion des intensités de contraintes principales, la méthode de Gray et Toews semble mal adaptée aux mesures de contraintes dans les milieux hétérogènes. De plus l'étude a montré que les différences de résultats obtenus entre chaque méthode étaient statistiquement significatives, à l'exception de ceux issus des méthodes Convergente et Divergente lorsque le chargement est isotrope.

Parmi les méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte, les meilleurs résultats sont obtenus, en ordre décroissant de qualité, par les méthodes RPR 3 Forages puis RPR 2 Forages suivies des méthodes plus classiques Convergente et Divergente, qui présentent toutes deux des résultats assez proches. Pour toutes ces méthodes, l'analyse des résultats révèle une corrélation linéaire positive de bonne qualité entre le degré d'hétérogénéité du massif et le biais relatif moyen par rapport au tenseur appliqué, mais également entre le degré d'hétérogénéité et les erreurs standards sur la régression par moindres carrés (cette corrélation étant aussi valable pour les erreurs types sur les composantes de contrainte).

Les méthodes RPR fournissent les meilleurs résultats tant en termes de biais relatifs par rapport au tenseur appliqué qu'en termes de rotation ou de dispersion des contraintes principales, et ce pour tout les cas d'hétérogénéité et d'anisotropie de chargement traités. Toutefois, la méthode RPR 3 Forages met à profit l'ajout d'informations tirées du forage supplémentaire en présentant des résultats moins dispersés et de meilleures qualités que ceux issus de la méthode RPR 2 Forages, qui est donc moins précise.

Les résultats des biais obtenus par les méthodes Convergente et Divergente ne présentent pas de différences statistiquement significatives pour un chargement isotrope. Ces résultats sont cependant plus élevés que pour les méthodes RPR. Cette différence semble provenir du fait qu'avec les méthodes RPR, les contraintes en fond de trou de forage sont mieux estimées car elles ne font pas appel à des mesures dans des forages supplémentaires, étant donné que la contrainte σ_z parallèle au forage est calculée indépendamment. Cette différence entraînerait le fait que les erreurs standards sur la régression de la méthode Divergente sont près de deux fois inférieures à celles générées lors de l'utilisation des méthodes RPR. En moyenne, les contraintes principales calculées par ces deux méthodes présentent assez peu de rotation par rapport au tenseur appliqué sur le modèle et la dispersion des orientations reste faible. L'étude portant sur l'intensité des contraintes principales a montré que les résultats des méthodes Convergente et Divergente étaient similaires et bien centrées sur les valeurs

du tenseur appliqué, mais que leurs dispersions d'intensité étaient près de deux fois plus importantes que celle issues des méthodes RPR. Les orientations des contraintes issues de la méthode Divergente sont toutefois plus dispersées que celles issues de la Convergente. La différence de qualité entre ces deux méthodes n'est cependant pas assez nette pour rejeter l'une par rapport à l'autre. Cela conforte donc la pratique courante des prises de mesures au Doorstopper utilisant des forages non convergents.

ABSTRACT

Among the different measurements techniques which can be used to establish the state of stress in rock mass, the doorstopper's offers numerous advantages such as easy measurements realization or the ability of the interpretation models to reflect the rock behaviour at the measuring point. Distinguishing itself from the others, this technique enables to obtain the 3D stress tensor in highly fractured zones or in which natural pressure is very important. Overcoring stress measurements are based on the recovery principle which consists in measuring the deformations observed at the flat end of the borehole following the stress relief.

Determining the in situ state of stress by the Doorstopper technique requires a minimum of three non parallel boreholes and the determination of elastic parameters of the rock mass. Recent improvements enable to reduce the number of boreholes to two when RPR method is used for measurements interpretation. There are two approaches roughly different to establish the stress tensor by the Doorstopper technique, after deformations recovery at the flat end of the borehole:

- By determining the 3D deformation tensor from the partial deformation tensors, then by determining the 3D stress tensor. This Gray and Toews' method uses average deformability parameters;
- By determining the 3D stress tensor from the partial stress tensors at the measuring points. Different rock deformability parameters are used to establish the partial tensors.

The first approach is the most current used nowadays. However, the working hypothesis, which mean that the rock mass is homogeneous in the volume involved in measurements, tend to weaken results in heterogeneous rocks. The fact of using a single couple of elastic parameters in the stress-deformation relation seems to be the weak spot of the method. On the other hand, the second approach enables to take in consideration heterogeneity by associating with each partial stress tensor the rock characteristics at the measuring point.

Four methods associated to this approach are used to establish the state of stress in a rock mass :

- the *Convergent Method* uses the information data stemming from three convergent boreholes, the measurement being punctual. This method is the most respectful of the working hypothesis linked to the using of the Doorstopper's technique;
- the *Divergent Method* uses information data stemming from three non convergent boreholes, each measurement being taken in a material with different properties. This method takes into account the impossibility of making three convergent boreholes in an single point, moreover it takes into account the heterogeneity in the stress tensor

determination;

- the RPR Methods, associated to the Modified Doorstopper technique, use information relating to the stress parallel to the borehole axis in order to give an additional equation, which enables to establish the state of stress with two boreholes only (*2 Boreholes RPR method*). Increasing the pieces of information taken, the using of a third borehole should improve the quality of the final result (*3 Boreholes RPR method*).

The literature makes low cases of the influence of rocks heterogeneity alone in the determination of the in situ stress tensor using the Doorstopper technique. The goal of the study is a better understanding of the impact of the global heterogeneity of rocks masses in the determination of the average state of stress, notably by studying the influences of non punctual measurements on the final result (measurements punctuality is a strong hypothesis for the studied technique because the stress gradient is supposed to be zero in the volume involved in measurements). This study offers to put in perspective the results of several interpretation measurements methods linked to this technique, using numerical modelling.

One of the strong points of this research lies in the qualitative comparisons of the results which are objectively made in relation to an absolute referential, since the state of stress is known a priori. The only sources of errors in the determination of the stress tensor by the less squares method are due to heterogeneity. Other sources, such as experimental errors linked to measurements, are cut out thanks to numerical modelling. These numerous modellings, simulating heterogeneous rock masses under variable stress states, have been made with the *Flac^{3D}* software.

Moreover, this study gives us a better insight of the RPR working field in heterogeneous rocks and of the interest of using two or three boreholes. In practical, indeed, the RPR method is quite sensible to experimental errors and needs a good continuous strain measurements quality. The knowledge and the ability to quantify the influence of the heterogeneity alone on this method are a way to its improvement. Finally, this study draws up the balance sheet of the relevance of the Gray and Toews' method for the measurements interpretation in heterogeneous rocks of the Doorstopper technique.

Comparisons are made using relative bias on the mean stress tensor applied to models, standards errors about the less squares regression, typical errors about the stress tensor's components calculated but also orientation and magnitude of the principal stress calculated. The results show that the partial stress tensor's approach takes heterogeneity into better account than the Gray and Toews' one. With relative bias one and half times to two times superior to the others, with a great principal reference rotation and an important dispersion of the principal stress magnitude, the Gray and Toews' method doesn't seem to be very appropriate to stress determination in heterogeneous rocks.

The best results are obtained, in the first place by the 3 Boreholes RPR method, in the second place by the 2 Boreholes RPR, followed by the more classical Convergent and Divergent methods, both of them show quite similar results. Analysis of the whole results enable to establish the existence of a linear correlation between the rock mass' heterogeneity degrees and the relative bias in relation to the mean tensor. This correlation has also been established between the heterogeneity degree and the standard error about the least squares regression (this correlation also exists concerning the typical errors about the tensor's components).

The RPR methods give the best results, concerning the relative bias in relation to the stress tensor applied but also the rotation or the dispersion of the principal stress, in any case of heterogeneity and anisotropic loadings. However, the 3 Boreholes RPR method distinguishes itself because of the low dispersion of its results, taking advantage of the additional pieces of information given by the third borehole. That's why the 2 Boreholes RPR's method appears as a less precise method, even if its results are satisfying.

The results obtained thanks to the Convergent and Divergent methods have similar bias, but higher than the RPR's ones. This difference may be due to the better estimation of the stress at the flat end of each borehole when using the RPR methods : actually, those RPR methods do not need any measurement in additional boreholes, since the σ_z , parallel to the borehole, is calculated independently. That's why the standard errors about the regression when using the Divergent method are half as important. On average, the main stresses determined by these two methods show a very small rotation in relation to the tensor applied on the model, moreover, the orientations' dispersion is low. The study about the intensity of the principal stresses revealed that the results of the Convergent et Divergent methods were similar, but that their intensity dispersion was twice as important as the RPR's one. Furthermore, the Divergent results' spectrum is wilder than the Convergent's. The differences between the two methods isn't strong enough to reject one for another, which justify the common practical use of measurements with Doorstopper, using non convergent boreholes.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|------|
| REMERCIEMENTS | iii |
| RÉSUMÉ | iv |
| ABSTRACT | viii |
| TABLE DES MATIÈRES | xi |
| LISTE DES TABLEAUX | xiv |
| LISTE DES FIGURES | xvii |
| LISTE DES ANNEXES | xxi |
| LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS | xxii |
| CHAPITRE 1 Introduction | 1 |
| 1.1 Avant propos | 1 |
| 1.2 Cadre de l'étude | 1 |
| 1.2.1 Mise en situation | 1 |
| 1.2.2 Objectifs de la recherche et déroulement de l'étude | 2 |
| CHAPITRE 2 Revue de la littérature | 5 |
| 2.1 Généralités sur les contraintes dans les massifs rocheux | 5 |
| 2.2 Prise en compte de l'hétérogénéité dans les mesures de contraintes | 5 |
| 2.3 Principes de mesure | 10 |
| 2.3.1 Le principe de fracturation | 10 |
| 2.3.2 Le principe de rétablissement | 11 |
| 2.3.3 Le principe de récupération | 13 |
| 2.4 Les mesures de contraintes au Doorstopper | 14 |
| 2.4.1 Principes des mesures | 14 |
| 2.4.2 La technique du Doorstopper Modifié | 18 |
| 2.4.3 Avantages du Doorstopper Modifié sur les autres techniques | 20 |

| | | |
|------------|---|----|
| CHAPITRE 3 | Méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper | 22 |
| 3.1 | Les relations contraintes-déformations élastiques, linéaires et isotropes | 22 |
| 3.2 | Méthodes d'interprétation à partir des tenseurs partiels de contrainte | 24 |
| 3.3 | Méthode d'interprétation de Gray et Toews | 27 |
| 3.4 | Points communs entre les méthodes d'interprétation classiques | 28 |
| 3.5 | Réduction par moindres carrés du système d'équations | 29 |
| 3.5.1 | Utilisation des tenseurs partiels des contraintes | 30 |
| 3.5.2 | Détermination du tenseur tridimensionnel des contraintes par la méthode des moindres carrés | 30 |
| 3.5.3 | Indicateurs de qualité de la régression et des résultats | 33 |
| 3.6 | La méthode RPR | 34 |
| 3.6.1 | Présentation de la méthode RPR | 34 |
| 3.6.2 | Intérêt du RPR | 38 |
| 3.6.3 | Intégration de la méthode RPR dans la résolution par moindres carrés | 38 |
| CHAPITRE 4 | Méthodologie | 42 |
| 4.1 | Modélisation numérique d'un massif rocheux élastique par différences finies | 42 |
| 4.1.1 | Objectifs de la modélisation numérique | 42 |
| 4.1.2 | Présentation succincte de <i>Flac</i> ^{3D} | 42 |
| 4.1.3 | Estimation quantitative de la modélisation numérique | 49 |
| 4.2 | Traitement des données | 51 |
| 4.2.1 | Utilisation du tableur <i>Excel</i> et mise en forme des données | 51 |
| 4.2.2 | Comparaison des résultats | 53 |
| CHAPITRE 5 | Résultats, analyses et discussion | 57 |
| 5.1 | Validation de la <i>chaîne</i> de calcul | 57 |
| 5.2 | Biais relatifs | 58 |
| 5.2.1 | Biais pour les méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte | 58 |
| 5.2.2 | Biais pour la méthode Gray et Toews | 65 |
| 5.3 | Erreurs standards | 68 |
| 5.4 | Erreurs types | 74 |
| 5.4.1 | Erreurs types en fonction de chaque méthode d'interprétation | 75 |
| 5.4.2 | Comparaison en fonction des méthodes d'interprétation pour les erreurs types normalisées | 76 |
| 5.5 | Contraintes principales | 78 |
| 5.5.1 | Orientations et dispersion des orientations | 79 |
| 5.5.2 | Intensité et dispersion des intensités | 90 |

| | |
|---|-----|
| CHAPITRE 6 Conclusions et recommandations | 100 |
| RÉFÉRENCES | 106 |
| ANNEXES | 110 |

LISTE DES TABLEAUX

| | | |
|-------------|---|----|
| Tableau 4.1 | Coordonnées des huit points de mesures dans le modèle numérique . . . | 49 |
| Tableau 4.2 | Estimation du nombre de tenseurs de contrainte complets calculés à partir des 130 simulations numériques | 51 |
| Tableau 4.3 | Patron de forage pour les compilations 1 à 4 | 54 |
| Tableau 4.4 | Coefficient multiplicatif des erreurs types pour la comparaison entre méthodes d'interprétation | 56 |
| Tableau 5.1 | Équation des droites de régression entre les biais et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 62 |
| Tableau 5.2 | Équation des droites de régressions entre les biais et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 62 |
| Tableau 5.3 | Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des biais pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 63 |
| Tableau 5.4 | Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des biais pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 64 |
| Tableau 5.5 | Traitement statistique de la différence induite par l'anisotropie de chargement ($X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$) sur les coefficients directeurs des droites de régression des biais pour chaque méthode d'interprétation | 65 |
| Tableau 5.6 | Équation des droites de régression entre les erreurs standards et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 70 |
| Tableau 5.7 | Équation des droites de régression entre les erreurs standards et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 70 |
| Tableau 5.8 | Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des erreurs standards pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 71 |
| Tableau 5.9 | Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des erreurs standards pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 71 |

| | | |
|--------------|---|----|
| Tableau 5.10 | Traitement statistique de la différence induite par l'anisotropie de chargement ($X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$) sur les coefficients directeurs des droites de régression des erreurs standards pour chaque méthode d'interprétation | 72 |
| Tableau 5.11 | Plages de valeurs des erreurs standards en MPa en fonction des cas de chargement pour un degré d'hétérogénéité entre 20% et 30% | 74 |
| Tableau 5.12 | Coefficients multiplicateurs de l'erreur standard pour les contraintes et les cisaillements en fonction des méthodes d'interprétation | 75 |
| Tableau 5.13 | Plages de valeurs des erreurs types en MPa pour les différentes méthodes d'interprétation | 75 |
| Tableau 5.14 | Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_3 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 79 |
| Tableau 5.15 | Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_1 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 85 |
| Tableau 5.16 | Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_2 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 86 |
| Tableau 5.17 | Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_3 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 87 |
| Tableau 5.18 | Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour les différentes méthodes d'interprétation - chargement $X50_Y50_Z50$ | 94 |
| Tableau 5.19 | Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour les différentes méthodes d'interprétation - chargement $X50_Y50_Z20$ | 94 |
| Tableau 5.20 | Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour les différentes méthodes d'interprétation - chargement $X50_Y30_Z10$ | 95 |
| Tableau 5.21 | Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de σ_1 pour les différentes méthodes d'interprétation | 95 |
| Tableau 5.22 | Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de σ_2 pour les différentes méthodes d'interprétation | 95 |
| Tableau 5.23 | Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de σ_3 pour les différentes méthodes d'interprétation | 95 |
| Tableau 5.24 | Coefficient d'asymétrie de la distribution des contraintes par rapport à sa moyenne pour la méthode d'interprétation de Gray et Toews | 99 |

| | | |
|--------------|---|----|
| Tableau 5.25 | Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour la méthodes d'interprétation de Gray et Toews | 99 |
| Tableau 5.26 | Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de $\sigma_{\text{principale}}$ pour la méthode d'interprétation de Gray et Toews | 99 |

LISTE DES FIGURES

| | | |
|------------|---|----|
| Figure 2.1 | : Principe du rétablissement (Gill, 1980) | 12 |
| Figure 2.2 | : Principe de récupération (Gill, 1980) | 14 |
| Figure 2.3 | : Cellule de doorstopper conventionnelle, d'après Corthésy et Leite (2009). | 15 |
| Figure 2.4 | : Séquence d'opérations pour la mesure de contraintes avec le doorstopper, d'après Corthésy (2010). | 16 |
| Figure 2.5 | : Recharge biaxiale de la carotte grâce à la cellule de Hoek, d'après Corthésy (2010). | 17 |
| Figure 2.6 | : Essai de compression diamétrale sur la carotte récupérée selon la direction de la plus grande déformabilité, d'après Corthésy (2010). | 17 |
| Figure 2.7 | : Déformations enregistrées suite à un essai biaxial, d'après Corthésy (2010). | 18 |
| Figure 2.8 | : Cellule du Doorstopper Modifié, d'après Corthésy (2010). | 19 |
| Figure 2.9 | : Module d'Acquisition Intelligente en continue (M.A.I.), d'après Corthésy (2010). | 19 |
| Figure 3.1 | : Exemple de courbe de déformations récupérées réelles lors du surcarottage, d'après Corthésy (2010). | 26 |
| Figure 3.2 | : Méthode de calcul du RPR | 35 |
| Figure 3.3 | : Représentations graphiques des équations 3.57 et 3.58, d'après Corthésy <i>et al.</i> , 1994b | 37 |
| Figure 4.1 | : Cycle de calcul explicite de $Flac^{3D}$, d'après Boivin, 2005, tiré de <i>Itasca Consulting Group</i> , 2001 | 43 |
| Figure 4.2 | : Répartition des modules de compressibilité par bloc et repère (X, Y, Z) - Répartition des propriétés 30%-2 | 45 |
| Figure 4.3 | : Répartition des modules de cisaillement par bloc et repère (X, Y, Z) - Répartition des propriétés 30%-2 | 45 |
| Figure 4.4 | : Contrainte S_{xx} dans une coupe du modèle numérique - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}, \sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 46 |
| Figure 4.5 | : Contrainte S_{yy} dans une coupe du modèle numérique - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}, \sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 47 |
| Figure 4.6 | : Contrainte S_{zz} dans une coupe du modèle numérique - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}, \sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 47 |

| | | |
|-------------|--|----|
| Figure 4.7 | : Représentation des centroïdes sur le plan de coupe (X,Y) du modèle numérique. | 53 |
| Figure 5.1 | : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 60 |
| Figure 5.2 | : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 61 |
| Figure 5.3 | : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y30_Z10$ | 61 |
| Figure 5.4 | : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ - Méthode de Gray et Toews | 65 |
| Figure 5.5 | : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ - Méthode de Gray et Toews | 66 |
| Figure 5.6 | : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y30_Z10$ - Méthode de Gray et Toews | 66 |
| Figure 5.7 | : Erreurs standards sur la régression en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 68 |
| Figure 5.8 | : Erreurs standards sur la régression en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 69 |
| Figure 5.9 | : Erreurs standards sur la régression en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y30_Z10$ | 69 |
| Figure 5.10 | : Erreurs standards sur la régression en MPa pour une dispersion des propriétés de 20% à 30% pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$. . . | 72 |
| Figure 5.11 | : Erreurs standards sur la régression en MPa pour une dispersion des propriétés de 20% à 30% pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$. . . | 73 |
| Figure 5.12 | : Erreurs standards sur la régression en MPa pour une dispersion des propriétés de 20% à 30% pour le cas de chargement $X50_Y30_Z10$. . . | 73 |
| Figure 5.13 | : Erreurs types sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 76 |
| Figure 5.14 | : Erreurs types sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 76 |
| Figure 5.15 | : Erreurs types sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y30_Z10$ | 77 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figure 5.16 | : Erreurs types normalisées sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ | 77 |
| Figure 5.17 | : Erreurs types normalisées sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$ | 78 |
| Figure 5.18 | : Erreurs types normalisées sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y30_Z10$ | 78 |
| Figure 5.19 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode Convergente - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 80 |
| Figure 5.20 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode Divergente - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 81 |
| Figure 5.21 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 3 Forages - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 82 |
| Figure 5.22 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 2 Forages - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 83 |
| Figure 5.23 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode de Gray et Toews - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 84 |
| Figure 5.24 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode Convergente - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 85 |
| Figure 5.25 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode Divergente - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 86 |
| Figure 5.26 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 3 Forages - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 87 |
| Figure 5.27 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 2 Forages - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 88 |
| Figure 5.28 | : Orientation des contraintes principales pour la méthode de Gray et Toews - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 89 |
| Figure 5.29 | : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ MPa}$ | 91 |
| Figure 5.30 | : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | 92 |
| Figure 5.31 | : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ | 93 |
| Figure 5.32 | : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ MPa}$ - Méthode de Gray et Toews | 96 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| Figure 5.33 | : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ - Méthode de Gray et Toews | 97 |
| Figure 5.34 | : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ - Méthode de Gray et Toews | 98 |
| Figure A.1 | : Les différents types de contraintes <i>in situ</i> , d'après Amandei et Stephansson (1997) | 110 |
| Figure B.1 | : Cellule du Doorstopper Modifiée, d'après Corthésy <i>et al.</i> , 1994a. | 112 |
| Figure C.1 | : Relation entre le RPR et le SR en fonction du coefficient de Poisson, d'après Corthésy <i>et al.</i> (1994a). | 114 |
| Figure D.1 | : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1 | 116 |
| Figure D.2 | : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1 | 117 |
| Figure D.3 | : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1 | 118 |
| Figure D.4 | : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1 | 119 |
| Figure E.1 | : Fichier <i>.dat</i> extrait de Flac, ouvert sous Excel 2007. | 121 |
| Figure E.2 | : Tableur Excel permettant de traiter les données sorties de Flac. | 122 |
| Figure F.1 | : Orientation des tenseurs partiels de contraintes en utilisant des forages "virtuels" (méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte). | 124 |

LISTE DES ANNEXES

| | | |
|----------|--|-----|
| Annexe A | Les différents types de contraintes <i>in situ</i> | 110 |
| Annexe B | Cellule du Doorstopper Modifiée (sans Module d'Acquisition Intelligent) | 111 |
| Annexe C | Relation entre le RPR et le SR en fonction du coefficient de Poisson . . | 113 |
| Annexe D | Densité du maillage des modèles numériques | 115 |
| Annexe E | Tableur Excel de traitement des données sorties de Flac | 120 |
| Annexe F | Orientation des tenseurs partiels de contraintes | 123 |
| Annexe G | Propriétés des matériaux utilisés dans les modèles numériques | 125 |
| Annexe H | Code Flac 3D - Création du modèle numérique | 161 |
| Annexe I | Code Flac 3D - Prélèvement des données dans le modèle | 163 |

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

| | |
|--------------------------------|--|
| D : | Matrice contraintes-déformation en fond de trou. |
| E : | Module d'Young. |
| F : | Indice de dispersion de Fisher. |
| \mathcal{I}_ε : | Invariant de déformation. |
| \mathfrak{R} : | Système de référence (x,y,z) lié à un forage. |
| RPR : | Recovered to Peak strain invariant Ratio. |
| S : | Matrice de conformité. |
| S_{b_i} : | Erreur standard sur le coefficient directeur de la droite de régression i . |
| $S_{b_i-b_j}$: | Erreur standard sur la différence entre les deux pentes de régression i et j . |
| \mathfrak{s} : | Erreur standard de la régression par moindres carrés. |
| $\mathfrak{s}_{\sigma_{ii}}$: | Erreur type sur la composante de contrainte σ_{ii} . |
| SR : | Stress Ratio. |
| t : | Statistique de test. |
| T : | Valeur du coefficient de la table de Student pour un degré de liberté N. |
| V : | Variance associée à la méthode des moindres carrés. |
| (X, Y, Z) : | Repère principal. |
| α : | Coefficient fonction du coefficient de Poisson et du RPR. |
| γ_{ij} : | Angle de cisaillement entre les axes i et j . |
| $\bar{\gamma}_{ij}$: | Angle de cisaillement en fond de trou entre les axes i et j . |
| ε_i : | Déformation dans le plan de mesure orienté de l'angle i . |
| ε_i : | Déformation suivant l'axe i . |
| $\bar{\varepsilon}_i$: | Déformation en fond de trou suivant i . |
| $\bar{\varepsilon}_{pi}$: | Déformation mesurée au pic de la courbe de relâchement des invariants de déformation suivant l'axe i . |
| ν : | Coefficient de Poisson. |
| σ_i : | Contrainte suivant l'axe i . |
| $\bar{\sigma}_i$: | Contrainte en fond de trou suivant l'axe i . |
| $\bar{\sigma}_{ij}$: | Contrainte en fond de trou suivant l'axe i dans le forage j . |
| τ_{ij} : | Contrainte de cisaillement suivant ij . |
| $\bar{\tau}_{ij}$: | Contrainte de cisaillement en fond de trou suivant ij . |

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Avant propos

De manière générale, la connaissance de l'état de contrainte dans les massifs rocheux est essentielle dans la conception d'infrastructures souterraines civiles, minières ou nucléaires mais aussi dans la compréhension des phénomènes orogéniques et tectoniques de la planète.

Dans le domaine du génie civil, elle permet d'optimiser la forme, l'orientation et la taille des ouvrages tout en assurant la sécurité et la pérennité de ces derniers, notamment par l'installation de soutènements adéquats. La détermination de l'état de contrainte du milieu de l'étude permet une approche plus sécuritaire du projet, mais assure également une maîtrise plus fiable des coûts et une réalisation plus rationnelle du projet. Dans cette optique, les critères de qualité et de sécurité associés à la conception n'ont de cesse de s'améliorer. Ainsi, il est du devoir de l'ingénieur en charge des études de terrain d'affiner continuellement ses méthodes de travail et d'optimiser les moyens de prospection et de traitement des données.

1.2 Cadre de l'étude

1.2.1 Mise en situation

Parmi les différentes techniques disponibles pour la mesure de contraintes dans les massifs rocheux, la technique du Doorstopper propose de nombreux avantages tant par la facilité de réalisation des mesures que par la capacité des modèles d'interprétation existants à refléter les comportements des roches au point de mesure. Se démarquant des autres, cette technique permet l'obtention du tenseur tridimensionnel des contraintes dans les zones très fracturées ou étant le siège de pressions naturelles très importantes. Basée sur le principe de récupération, cette technique consiste à mesurer les déformations récupérées au fond d'un forage suite au relâchement des contraintes y existant, relâchement provoqué par le prolongement du forage. Depuis les années 80, la technique de mesure du Doorstopper subit des modifications visant à améliorer la prise des mesures, leur récupération ou encore leurs traitements (voir Gill *et al.* 1987, Corthésy *et al.* 1993b, 1997). On parle à ce jour de technique du Doorstopper Modifié.

L'obtention du tenseur de contraintes 3D par la technique du Doorstopper requiert le forage de trois trous non parallèles ainsi que la détermination des paramètres d'élasticité du massif. Le nombre de forages peut être réduit à deux lorsque la méthode RPR est utilisée

pour l'interprétation des mesures (Corthésy *et al.*, 1994a).

Les deux approches possibles pour l'interprétation des résultats sont :

- la détermination du tenseur de déformation 3D à partir des tenseurs partiels de déformation, puis du tenseur de contrainte 3D (Gray et Toews, 1967) ;
- la détermination du tenseur de contrainte 3D à partir des tenseurs partiels de contrainte de préforage aux points de mesure.

La méthode de Gray et Toews est la plus utilisée à ce jour lorsque les mesures de contrainte sont effectuées au Doorstopper. En milieu homogène et en absence d'erreurs expérimentales, les résultats obtenus par ces deux approches sont identiques. Cependant, les différences entre les résultats des deux approches sont encore mal connues lorsque le degré d'hétérogénéité du massif augmente. Une des sources d'erreur liées à la méthode de Gray et Toews pourrait être la transformation du tenseur complet des déformations en tenseur complet des contraintes à l'aide de paramètres de déformabilité peu adéquats.

L'hétérogénéité des matériaux ou du champ de contraintes peut affecter l'interprétation des résultats à différents niveaux :

- à l'échelle des déformations en fond de trou de forage (hétérogénéité au point de mesure) ;
- ou bien à l'échelle des mesures dans différents forages (hétérogénéité globale).

L'objet de ce mémoire portera notamment sur l'influence du second point au niveau de la qualité des résultats du calcul des contraintes.

Les méthodes d'interprétation actuelles au Doorstopper Modifié permettent de tenir compte de l'hétérogénéité au point de mesure d'une manière détournée en faisant appel à la notion d'anisotropie équivalente. À titre d'information, les principes de fonctionnement des méthodes d'interprétation anisotropes équivalentes sont explicités dans les documents suivants : Corthésy 1982, Corthésy *et al.* 1993b, Corthésy *et al.* 1993a et Yaméogo 2008.

1.2.2 Objectifs de la recherche et déroulement de l'étude

Les objectifs de cette recherche sont multiples et leur poursuite s'effectue en plusieurs temps.

Objectifs de la recherche

Parmi les cas existant dans la littérature, peu mettent en avant l'impact de l'hétérogénéité seule sur le calcul du tenseur de contrainte. Cette étude propose de mettre en perspective les résultats de plusieurs méthodes d'interprétation des mesures liées à la technique du Doorstopper pour des milieux hétérogènes. L'un des points forts de cette recherche réside dans le

fait que les comparaisons qualitatives des résultats se font de manière objective par rapport à un référentiel absolu, puisque l'état de contrainte moyen est connu *a priori*. Les seules sources d'erreurs dans la détermination du tenseur des contraintes sont imputables à l'hétérogénéité globale. Les autres sources, telles que les erreurs expérimentales inhérentes à la prise de mesures sur le terrain, sont supprimées grâce à l'utilisation de modélisations numériques. Cela permet de mieux comprendre l'impact de l'hétérogénéité globale d'un massif rocheux sur le calcul de l'état de contrainte moyen.

La recherche tentera d'étudier l'impact de l'utilisation de trous divergents plutôt que convergents dans le calcul du tenseur global moyen. Elle essaiera également de mieux appréhender le champ d'action de la méthode RPR en milieu hétérogène, ainsi que l'intérêt d'utiliser deux ou trois forages. En effet, dans la pratique, la méthode RPR peut être très sensible aux erreurs expérimentales. Connaître et pouvoir quantifier l'influence seule de l'hétérogénéité sur cette méthode serait un pas de plus vers son amélioration.

Enfin, cette recherche dressera un bilan critique sur la pertinence d'utiliser ou non la méthode de Gray et Toews (méthode la plus utilisée à ce jour dans le monde) pour l'interprétation des mesures au Doorstopper en milieu hétérogène.

Déroulement de l'étude

Dans un premier temps, quelques notions sur l'hétérogénéité des massifs rocheux seront abordées, suivies de la présentation des principes de mesures de contraintes, notamment au Doorstopper. Enfin, la revue de littérature présentera cinq méthodes d'interprétation des mesures liées à cette technique :

- les méthodes appelées ici Convergente et Divergente, utilisant les principes plus *classiques* de mesures de contrainte au doorstopper ;
- les méthodes RPR 2 et 3 Forages utilisant les avancées techniques liées au Doorstopper Modifié ;
- la méthode de Gray et Toews.

Puis l'étude s'attardera sur la modélisation numérique de massifs rocheux présentant divers degrés d'hétérogénéité et soumis à des états de contraintes différents à l'aide du logiciel *Flac^{3D}*. Enfin, seront comparées qualitativement les résultats des calculs de tenseurs de contraintes des différentes méthodes d'interprétation des mesures.

Ce qui fait l'originalité de la recherche réside à la fois dans la nature des comparaisons des différentes méthodes d'interprétation et dans leur nombre. En effet, au terme de cette étude, plus de 13 000 tenseurs de contraintes issus de 130 modèles numériques différents ont été calculés et mis en perspectives. De plus, les résultats ne sont pas uniquement valables pour la technique de mesure de contraintes au Doorstopper, mais également pour celles utilisant les

tenseurs partiels de contraintes propres à chaque forage pour déterminer le tenseur complet (telle que la technique du *Borehole Deformation Gauge*).

Les outils utilisés compareront les écarts¹ entre les tenseurs de contraintes calculés et les tenseurs *vrais moyens* imposés dans les modèles numériques. Les erreurs générées² lors du calcul des tenseurs par la méthode des moindres carrés seront aussi prises en compte dans les comparaisons qualitatives. Ces études se feront à la lumière du nombre de mesures effectuées par forages, en fonction du degré d'hétérogénéité du modèle et du chargement imposé. L'étude portera également sur les orientations, les magnitudes et les dispersions des contraintes principales calculées afin d'estimer l'impact de l'hétérogénéité et du chargement sur leur rotation et sur leurs valeurs. Enfin, pour un certain degré d'hétérogénéité, les résultats ayant trait aux contraintes principales des cinq méthodes d'interprétation présentées seront comparés à ceux obtenus par la méthode de Gray et Toews dans le but d'estimer la qualité des mesures.

1. Utilisation des biais absolus et des biais relatifs.

2. Utilisation des erreurs standards sur la régression et des erreurs types sur les composantes de contrainte.

CHAPITRE 2

Revue de la littérature

2.1 Généralités sur les contraintes dans les massifs rocheux

Les contraintes dans les massifs rocheux ne sont pas des quantités physiques observables. C'est à travers l'étude comportementale des matériaux soumis à ces contraintes que l'on peut les apprécier et les quantifier. Leur présence ou leurs variations entraînent des phénomènes physiques détectables sur la matière, tels que des changements de volume ou de forme, des changements de propriétés mécaniques, électriques ou encore optiques. Du fait de la diversité de ces réactions, les méthodes de mesure des contraintes sont nombreuses.

Les contraintes naturelles dans les massifs rocheux proviennent principalement des effets de la gravité et des effets des forces tectoniques.

Dans un massif rocheux soumis uniquement aux forces gravitaires, l'état de contrainte en un point est fonction de sa profondeur et du poids volumique de la roche. Du fait de l'effet de Poisson, qui implique la déformation de la matière perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué, la gravité génère aussi bien des contraintes verticales qu'horizontales.

Les forces tectoniques sont les forces induites dans la croûte terrestre par le mouvement des plaques tectoniques. Ces forces encore mal connues par l'homme ont façonné la surface du globe et mis en place les reliefs que nous connaissons. L'intensité et la direction de ces forces varient en fonction de nombreux paramètres, tels que la présence de structures géologiques, la lithologie, la topographie ou encore la position géographique.

La superposition de ces deux effets génère la plupart des contraintes naturelles dans les massifs rocheux.

2.2 Prise en compte de l'hétérogénéité dans les mesures de contraintes

Les massifs rocheux ne sont pas des milieux continus, ils sont constitués d'assemblage de blocs délimités par des discontinuités. Les discontinuités s'étendent de l'échelle microscopique, les microfissures, à l'échelle continentale ou macroscopique, telles que les failles. Ces hétérogénéités ont pour conséquence de modifier la continuité du champ de déplacement et de force dans les massifs, en redistribuant les contraintes et en créant des zones de concentration et de relâchement des contraintes. À cela peut s'ajouter l'effet de l'eau dans les discontinuités, qui modifie encore l'état de contrainte du milieu.

De plus, la nature des géomatériaux constituant le massif a un effet sur son comportement face à un état de contraintes donné, ce qui rend leurs mesures et leurs interprétations encore plus difficiles. En général, s'ajoute aux effets de l'hétérogénéité des problèmes liés à l'anisotropie de la roche ou encore des problèmes de non-linéarité au niveau des relations contraintes-déformations.

D'après Corthésy *et al.* (1993a), la plupart des études menées jusqu'à présent sur l'influence des hétérogénéités sur la détermination des contraintes ont négligé les problèmes de non-linéarité dans les relations contraintes-déformations, notamment à cause des complications que cela entraînerait dans les calculs. La non-linéarité dans le domaine élastique est due en partie à la présence de micro-fissures au niveau microscopique qui, sous l'effet du chargement, s'ouvrent et se referment. Les relations contraintes-déformations seront considérées comme linéaires dans la suite de cette étude.

L'anisotropie de déformabilité est le fait de plusieurs facteurs à différentes échelles (toujours d'après Corthésy *et al.*, 1993a) :

L'arrangement particulier : à l'échelle microscopique, la plupart des minéraux sont intrinsèquement anisotropes et présentent des anisotropies différentes en fonction de leur arrangement cristallographique. En revanche, si l'orientation des axes d'anisotropie est aléatoire et équirépartie, cela élimine les effets de l'anisotropie à plus grande échelle. Cependant, cette anisotropie n'influence pas la détermination des contraintes lorsque sont utilisées des jauges collées à la surface de la roche pour les mesures de déformation ;

Les micro-fissures : la présence et l'orientation de micro-fissures peuvent entraîner l'apparition d'anisotropie de déformabilité, se caractérisant comme une variation de déformabilité en fonction de l'orientation suivant laquelle on l'observe, ce qui influence la prise de mesure.

La structure géologique : à plus grande échelle, les structures géologiques primaires ou la mise en place de la roche peuvent entraîner de l'anisotropie de déformabilité. On peut citer en exemple les roches sédimentaires. Il est toutefois intéressant de noter que ce genre de roche peut également être à l'origine d'hétérogénéité de déformabilité, qui est une variation spatiale des propriétés de déformabilité, car la nature du matériaux peut varier d'une couche à l'autre.

Tout comme l'anisotropie, l'hétérogénéité peut se manifester à différentes échelles et dépend à la fois de la nature des roches et des structures géologiques qui peuvent la constituer. Ces deux effets influencent la distribution des contraintes à l'intérieur de la masse rocheuse (Savage *et al.*, 1986). Les natures différentes des hétérogénéités et de l'anisotropie ont poussé certains auteurs à considérer plusieurs échelles lors des campagnes de mesures de contraintes. Ainsi Leijon (1989) propose trois échelles distinctes :

- l'échelle du point de mesure, d'une dimension proche de celle de l'instrument de mesure ;
- l'échelle englobant le volume des essais menés dans le massif et pour lequel pourra être calculé le tenseur des contraintes ;
- l'échelle du massif à caractériser.

L'hétérogénéité de la masse rocheuse et le fait que l'on ne connaisse pas sa répartition engendrent des erreurs d'appréciation lorsque l'on passe d'une échelle à l'autre. D'après Cyril (1983), les erreurs majeures dans les mesures des déformations (pour les techniques du Doorstopper et de la cellule de Leeman) sont dues aux problèmes d'hétérogénéité au point de mesure, et non à l'imprécision ou déficience des jauges, qui peuvent être, selon lui, facilement évaluées. Ce dernier propose par ailleurs de définir une échelle d'hétérogénéité au travers d'un volume élémentaire représentatif (Representative Volume Element). Ainsi, pour une roche isotrope, ce volume serait un cube et son arrête pourrait être vue comme une mesure numérique de l'hétérogénéité (Representative Measurements Base). Définie pour chaque matériau, la taille idéale de ce volume de roche devrait être assez grande pour contenir les jauges de mesures, mais assez petite pour assurer un gradient de contrainte nul dans l'ensemble du volume. La cellule de mesure étant de taille inférieure à la dimension de l'hétérogénéité, cette dernière n'influencera pas la récupération des déformations. Corthésy *et al.* (1993a) pointent également l'importance de comparer l'échelle à laquelle sont faites les mesures et celle à laquelle on peut observer un changement dans le comportement mécanique du matériaux. L'échelle des mesures de contrainte au Doorstopper serait de l'ordre de la dizaine de mm, puisque le diamètre d'une rosette de jauge fait 9,6 mm.

Gray et Toews (1973) proposent quant à eux d'utiliser la redondance de certaines prises de mesures faites dans un même forage suivant la même orientation avec les mêmes rosettes pour séparer les variations de mesures dues à l'expérimentale de celles dues à l'hétérogénéité. Ou encore d'utiliser la redondance des déformations mesurées par les rosettes à quatre jauges de la cellule triaxiale du CSIR pour calculer la variance des déformations sous chaque rosette et entre chaque rosette afin d'évaluer le degré des micro-hétérogénéités au point de mesure (Gray et Toews, 1974).

Plusieurs auteurs se sont également penchés sur la répartition des contraintes et leurs déterminations dans les matériaux hétérogènes à partir de modèles analytiques. Dantu (1958) a mis en avant les variations de contraintes le long d'un matériau hétérogène (un béton composé d'une matrice et d'agrégats) soumis à une compression uniaxiale, révélant des zones de concentration de contraintes en fonction de la présence de grains solides ou non. Cependant, ses études ne résolvent pas les problèmes liés à la distribution des contraintes dans les massifs rocheux. De même, les modèles analytiques proposés dans la littérature pour reproduire des matériaux hétérogènes ne s'appliquent pas aux massifs rocheux étant donné que la répartition

de l'hétérogénéité dans la masse n'est pas connue *a priori*.

De nombreux travaux ont également été menés à l'École Polytechnique de Montréal sur l'influence de l'hétérogénéité dans le calcul des contraintes, en particulier à l'aide de la technique de mesure au Doorstopper. La distribution des contraintes dans le volume de roche pouvant être influencée à la fois par l'hétérogénéité de la roche et par l'anisotropie de déformabilité de cette dernière, Corthésy (1982) propose une méthode d'interprétation des mesures au Doorstopper prenant en compte ces deux facteurs de manière détournée. Puisqu'il peut être difficile de distinguer les deux dans l'interprétation des données, la méthode de l'*anisotropie équivalente* permet de considérer que toutes les hétérogénéités de la roche au point de mesure puissent être traitées comme de l'anisotropie transverse au point de mesure. La roche est donc caractérisée ponctuellement par un plan d'isotropie et par des paramètres de déformabilité anisotropes (devant être déterminés au même point que la prise de mesure, avec le même appareillage que celui utilisé *in situ* (Corthésy *et al.*, 1991)). L'augmentation du nombre de paramètres de déformabilité utilisés dans la détermination de l'état de contrainte permet notamment une meilleure prise en compte du comportement mécanique des milieux hétérogènes. Dans la méthode utilisée, l'hypothèse d'anisotropie transverse est indépendante de l'orientation des forages (Corthésy *et al.*, 1993a). D'après Rahn (1984), le comportement de la plupart des roches rencontrées dans la nature est adéquatement représenté par un comportement anisotropique transverse, ce qui peut justifier l'utilisation de cette méthode dans le cas général.

Plus récemment, Boivin (2005) puis Leite *et al.* (2010) ont travaillé à l'aide de modélisations numériques sur l'influence des méthodes d'interprétation des mesures avec la cellule triaxiale du CSIR sur l'estimation des paramètres de déformabilité de la roche et donc sur l'estimation de l'état de contrainte *in situ*. Ces chercheurs ont mis en avant l'influence de la rigidité du matériau au point de mesure dans la mauvaise estimation du champ de contraintes, montrant que l'on surestimait les écarts de contraintes par rapport aux contraintes moyennes dans les roches rigides en supposant une déformabilité des matériaux moyenne et isotrope (Average isotropic deformability method, AI). Ces écarts sont en revanche sous-estimés dans les roches "molles". De meilleurs résultats sont obtenus lorsque les paramètres de déformabilité locaux (et non moyens) sont utilisés dans les calculs (Local isotropic deformability method, LI). Boivin (2005) a montré dans ses recherches que la méthode d'anisotropie équivalente (Local anisotropic deformability method, LA), développée pour le Doorstopper, pouvait très bien être adaptée à la cellule triaxiale du CSIR pour traiter les mesures de contraintes dans des matériaux hétérogènes, en donnant de meilleurs résultats que les méthodes AI et LI. Les résultats de ses études montrent qu'en milieu aléatoirement hétérogène, la prise en compte de cette anisotropie fournit les tenseurs de contrainte les moins dispersés pour un nombre

de mesures donné et pour un niveau de confiance donné. Ses recherches ont également mis en avant l'intérêt d'utiliser les paramètres de déformabilité locaux, et non une moyenne de l'ensemble des paramètres, pour la détermination du tenseur de contrainte 3D à partir des trois états de contrainte 2D avec la cellule du CSIR (Leite *et al.*, 2010). Ces résultats sont extrapolables à toutes techniques de mesures combinant plusieurs états de contrainte 2D pour établir le tenseur des contraintes 3D.

Contrairement à Boivin (2005) et Leite *et al.* (2010), et bien que l'instrument de mesure soit différent¹, Gray et Toews (1967) préconisent quant à eux l'utilisation de paramètres de déformabilité moyens pour établir le tenseur de contraintes 3D. À ce jour aucune comparaison à grande échelle des résultats issus de ces deux approches n'a permis de mettre en défaut cette pratique lors de l'interprétation des mesures au Doorstopper.

Poursuivant les recherches sur les mesures de contraintes au Doorstopper entreprises par Corthésy, Leite et Gill dans les laboratoires de l'École Polytechnique de Montréal, Yaméogo (2008) a travaillé sur la prise en compte de l'hétérogénéité de la roche au point de mesure grâce à des modélisations numériques tridimensionnelles. Il a également étudié l'influence de l'endommagement de la roche sur les mesures de contraintes *in situ* faites avec le Doorstopper Modifié. Ses résultats mettent en avant le fait que "la technique du Doorstopper modifié est applicable à des milieux hétérogènes aléatoires à deux phases, peu importent la taille, la forme et la disposition des agrégats" (tiré de Yaméogo, 2008), mais également que cette même technique pourrait être utilisée dans des zones de très fortes contraintes où l'endommagement de la roche par le phénomène de discage² peut être observé.

Un autre facteur important de la modification du champ de contraintes dans les massifs rocheux est la présence de structures créées par l'homme à proximité du site d'étude. Les constructions antérieures au projet ont en leur temps perturbé les contraintes, en créant des zones de concentration ou de relâchement, qui à ce jour ont de fortes chances d'avoir à nouveau évolué. Ces perturbations anthropiques peuvent jouer un rôle crucial dans la stabilité du milieu et doivent être appréhendées comme de l'hétérogénéité à large échelle et avec précision afin de ne rien laisser au hasard.

En résumé, même si la gravité, les forces tectoniques et la nature des roches sont les sources des contraintes naturelles dans les massifs rocheux, d'autres phénomènes naturels ou anthropiques modifient leur distribution, que ce soit à l'échelle microscopique ou continentale. Il est donc nécessaire de considérer l'ensemble de ces facteurs lorsque l'on souhaite caractériser un massif rocheux dans le cadre de la conception d'ouvrage. L'annexe A présente de manière synthétique les différents facteurs à l'origine des contraintes *in situ*.

1. On parle ici de la cellule de mesure du Doorstopper.

2. Phénomène d'endommagement des carottes de roche lors de leurs récupérations dans des milieux soumis à de très fortes contraintes.

Rendre compte de l'hétérogénéité du massif dans son ensemble à partir de quelques échantillonnages ponctuels est une tâche délicate mais nécessaire pour de nombreux projets. L'important étant de garder à l'esprit qu'un état de contraintes en un point précis n'a que très peu de chances d'être extrapolé à l'ensemble du massif. Cela rend d'autant plus complexe et intéressant le travail du mécanicien des roches lors de l'exploitation des mesures de terrain.

2.3 Principes de mesure

Depuis le milieu des années cinquante, période durant laquelle la mécanique des roches a connu un essor important en tant que discipline à part entière, plusieurs techniques d'observation et de quantification des phénomènes à l'intérieur des massifs rocheux ont été développées. En parallèle, des modèles d'interprétation ont été élaborés dans le but de relier les phénomènes observés lors des mesures *in situ* aux contraintes en place dans le milieu étudié.

La littérature scientifique à ce sujet recense de très nombreuses méthodes (Corthésy *et al.*, 1993). Dans un souci de clarté et de cohérence vis-à-vis des propriétés utilisées pour les mesures de contraintes, ces techniques seront répertoriées en trois catégories, selon Gill (1980) :

- les techniques basées sur le principe de fracturation ;
- les techniques basées sur le principe de rétablissement ;
- les techniques basées sur le principe de récupération.

2.3.1 Le principe de fracturation

Le principe de fracturation consiste à "amener une portion du massif rocheux à la rupture et à retrouver, connaissant le critère de rupture et les paramètres associés, la ou les contraintes qui ont entraîné cette rupture" (Corthésy et Gill, 1993).

La méthode de la fracturation hydraulique est certainement la méthode la plus connue utilisant ce principe. Utilisée à la base dans l'industrie pétrolière pour stimuler la production des puits, elle permet aussi de mesurer les contraintes *in situ* (Haimson, 1986; Fairhurst, 1986, 1988). Cette méthode s'applique surtout dans des forages de grande profondeur afin de maximiser les chances d'avoir un forage parallèle à l'une des contraintes principales (hypothèse de travail). Le forage nécessaire à la conduite des mesures doit avoir un diamètre de 100 ou 150 mm. La fracturation hydraulique consiste à mettre sous pression un fluide contenu entre deux obturateurs, les *packers*, jusqu'à rupture de la roche. La pression de fluide requise pour engendrer ce phénomène de fissuration est mesurée et ramenée au champ de contraintes qui prévaut dans le massif rocheux (Amandei et Stephansson, 1997). L'orientation de la fracture se fait perpendiculairement à la contrainte principale mineure, suivant le trajet qui requiert le moins d'énergie. Si on fait l'hypothèse que la contrainte parallèle au forage est principale et

est due aux poids des terres, il est alors possible de relier la pression appliquée au moment de la rupture et la pression de fermeture de la fracture avec les contraintes principales majeure et mineure ainsi qu'avec la résistance en tension T_0 . Il est important de noter que le principe de fracturation met à profit le principe de rétablissement sur lequel repose la notion de pression de fermeture.

L'avantage de cette méthode dans les roches dures est qu'elle ne requiert pas les paramètres de déformabilité pour l'interprétation des résultats. En revanche, les inconvénients sont nombreux et de sérieuses réserves demeurent sur les hypothèses de calcul. Les lois de comportement des matériaux, implicitement utilisées, posent problème (Corthésy *et al.*, 2003), les hypothèses de travail restent lourdes (forage parallèle à une contrainte principale), l'interprétation des mesures même en roche dure est difficile (interprétation des mesures dans les massifs très fracturés, détermination des pressions de fermetures problématiques (Zoback et Haimson, 1982)) mais également le coût associé aux mesures est important (Amandei et Stephansson, 1997).

2.3.2 Le principe de rétablissement

Le principe de rétablissement consiste à relâcher une contrainte principale par saignée et à mesurer les déplacements engendrés à l'aide de repères (Figure 2.1). On cherche ensuite à ramener ces repères à leur position initiale par application d'une pression dans la saignée à l'aide d'un vérin plat. Sous certaines hypothèses³ (Tincelin, 1959), on suppose que la pression appliquée au rocher par le vérin est égale à celle initialement en place avant la saignée.

La méthode utilisant ce principe est la technique du vérin plat. Dans la pratique, les mesures s'effectuent sur la paroi d'une excavation, sur une aire préparée relativement plane. On identifie ensuite l'orientation du plan principal suivant lequel on désire mesurer la contrainte, puis on place un minimum de deux repères, ou plots, de part et d'autre de ce plan. On excave la niche dans laquelle on scellera le vérin plat, puis on ramène ces repères à leur position initiale en appliquant une pression à l'aide du vérin.

Rocha (1966) a apporté des améliorations à la technique, en préconisant l'utilisation d'une scie diamantée aux dimensions spécifiques des vérins plats pour effectuer la saignée. Cette amélioration de la mesure au vérin plat a été identifiée par la suite par plusieurs auteurs comme la technique du *Small Flat Jack (SFJ)*. Malgré le soutien de certains auteurs pour cette technique (Pinto et Charrua-Graça, 1983), notamment pour déterminer des contraintes dans des domaines soumis à un état uniaxial telles que des piliers de mine, il existe des limitations à son utilisation lors de la détermination de l'état de contrainte naturel d'un

3. Le verin applique une pression uniforme sur la saignée et la relation contraintes-déformations doit être réversible.

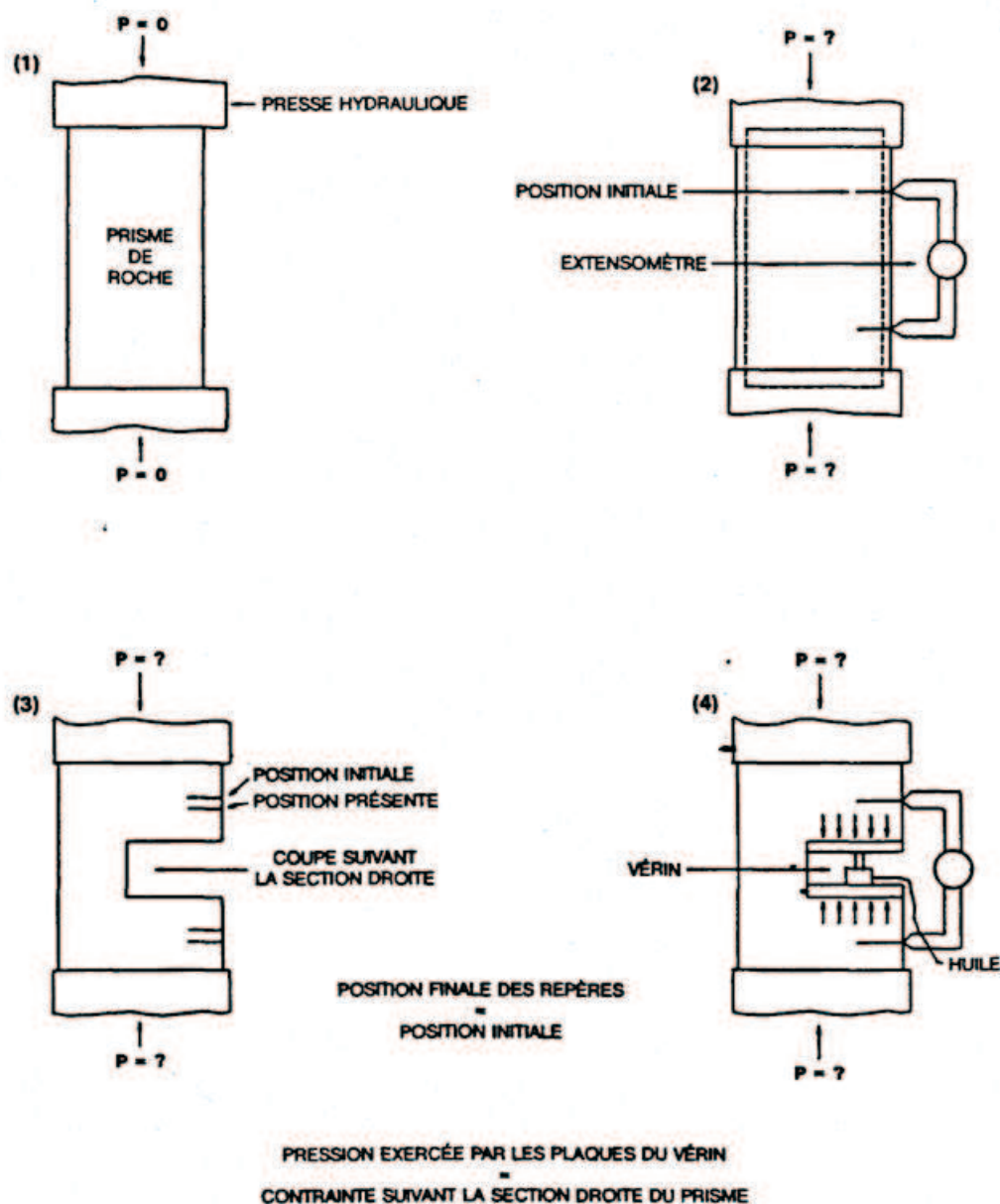


Figure 2.1 : Principe du rétablissement (Gill, 1980)

milieu. Ces dernières font qu'il est souvent nécessaire de faire appel aux méthodes numériques pour l'interprétation des résultats (Sousa *et al.*, 1986; Martin et Sousa, 1987) car les mesures sont faites dans les zones d'influence des excavations. Ce genre de modélisation est souvent une difficulté supplémentaire à prendre en compte.

L'intérêt de la technique et du modèle d'interprétation conventionnel est qu'ils ne nécessitent pas la détermination des paramètres de déformabilité du matériau. En ce qui concerne les points négatifs, nous pouvons noter que les mesures sont longues et coûteuses, que l'inter-

prétation des résultats suppose la connaissance de l'orientation des contraintes principales, que la réversibilité de la relation contraintes-déformations n'est pas toujours vérifiée, que les mesures doivent se cantonner à des situations où le cisaillement est négligeable et que la position des sites de mesure est limitée aux parois des excavations, c'est-à-dire à l'intérieur de la zone d'influence de ces dernières.

Pour conclure, nous pouvons retenir que, malgré certains avantages, la méthode du vérin plat comporte de nombreux inconvénients difficilement surmontables dans la pratique pour la détermination des contraintes naturelles.

2.3.3 Le principe de récupération

Le principe de récupération est le principe suivant lequel est basé le plus grand nombre de techniques de mesure de contraintes *in situ*.

Ce principe utilise les propriétés d'un matériau à se déformer lors d'un relâchement de contrainte en supposant la relation contraintes-déformations élastique (Figure 2.2). Pour illustrer ce principe, on considère un prisme de roche chargé uniaxialement à l'aide d'une presse hydraulique, la contrainte appliquée n'étant pas connue. On instrumente ensuite l'échantillon de roche de façon à mesurer des déformations ou des déplacements dans la direction de la contrainte recherchée lorsque cette dernière est relâchée. Lors du relâchement, on relève la valeur indiquée sur le capteur. Puis, à l'aide des paramètres de la relation contrainte-déformation, obtenue en laboratoire grâce à un essai approprié, on retrouve l'intensité de la contrainte inconnue.

En pratique, les déplacements ou les déformations sont mesurés à l'intérieur d'un forage, sur sa paroi ou en fond de trou. Le relâchement des contraintes se fait soit par prolongement du forage initial, soit par surcarottage (i.e. action de forage concentrique au premier trou). Les déplacements ou les déformations sont ensuite analysés grâce à un modèle d'interprétation faisant intervenir plusieurs hypothèses, afin de les transformer en contraintes.

Les techniques de mesure basées sur ce principe sont de loin les plus utilisées à ce jour. La popularité de ces méthodes vient de leurs nombreux avantages, que ce soit la facilité de la mise en place des essais *in situ* ou la diversité et la qualité des modèles d'interprétation. Le principe de récupération étant le principe utilisé pour les mesures en fond de trou à l'aide du Doorstopper, la section 2.4 s'attardera plus en détail sur ses applications ainsi que sur quelques autres méthodes de mesures basées sur le même principe.

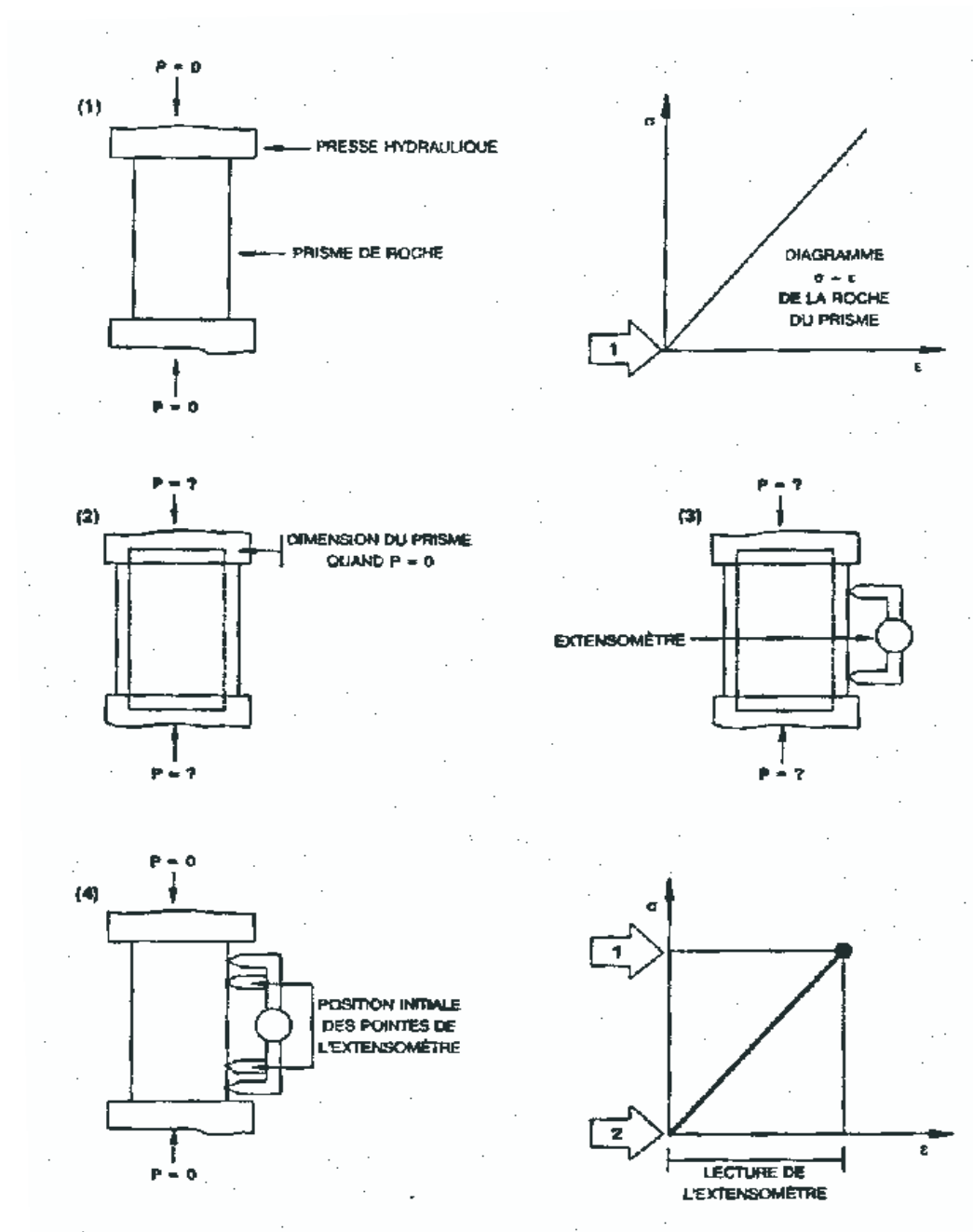


Figure 2.2 : Principe de récupération (Gill, 1980)

2.4 Les mesures de contraintes au Doorstopper

2.4.1 Principes des mesures

Plus connu sous le nom de méthode du *Doorstopper*, la méthode de mesure de déformation en fond de trou a été proposée par Leeman (1969). Le *Doorstopper* est le nom donné à la

capsule de mesure contenant une rosette à quatre jauges à fils résistants (Figure 2.3). Le principe de la méthode est de mesurer les déformations de la paroi du fond du trou pour déterminer l'état de contrainte du milieu.



Figure 2.3 : Cellule de doorstopper conventionnelle, d'après Corthésy et Leite (2009).

Après nettoyage et polissage du fond du trou de forage, la cellule, dont la face contient les jauges, est scellée à l'aide de colle à prise rapide. Dans la méthode du *Doorstopper* classique, les lectures des jauges se font après le collage de la cellule et à la fin de la saignée. Par différence on établit la valeur des déformations récupérées par les jauges. Une des modifications qui sera présentée à la section 2.4.2 est la lecture des déformations en continu pendant que le prolongement du forage autour de la cellule induit un relâchement des contraintes autour de la carotte de roche (Figure 2.4).

Les paramètres de déformabilité de la roche, nécessaires au modèle d'interprétation des mesures du *Doorstopper*, sont obtenus en rechargeant la carotte récupérée grâce à une cellule biaxiale de type Hoek (Figure 2.5) et en procédant à un essai de compression diamétrale⁴ (pour le coefficient de Poisson), aussi appelé *essai brésilien* (Figure 2.6). Un exemple de courbe de déformations obtenues suite à un essai biaxial est présenté à la figure 2.7.

La détermination du tenseur tridimensionnel des contraintes requiert des mesures dans trois forages d'orientations différentes, à l'image de la procédure utilisée pour les *Borehole Deformation Gauge*. Le nombre de forages constitue l'inconvénient majeur de cette technique de mesure. En revanche, ces forages ne sont pas de gros calibre et la longueur de la saignée nécessaire au relâchement des contraintes n'est que de quelques centimètres. Cette dernière caractéristique fait de la technique du *Doorstopper* une des seules techniques permettant de réaliser des mesures dans des zones de contraintes élevées, présentant le phénomène de *discage* ou bien là où la roche est de mauvaise qualité. Le *discage*, ou *core diskings* en anglais, est un phénomène d'endommagement des carottes de roche lors de leur récupération dans des milieux soumis à de très fortes contraintes. Le manchon de roche se fracture en disques

4. Nécessaire pour l'utilisation de certains modèles d'interprétation présentés au chapitre 3.

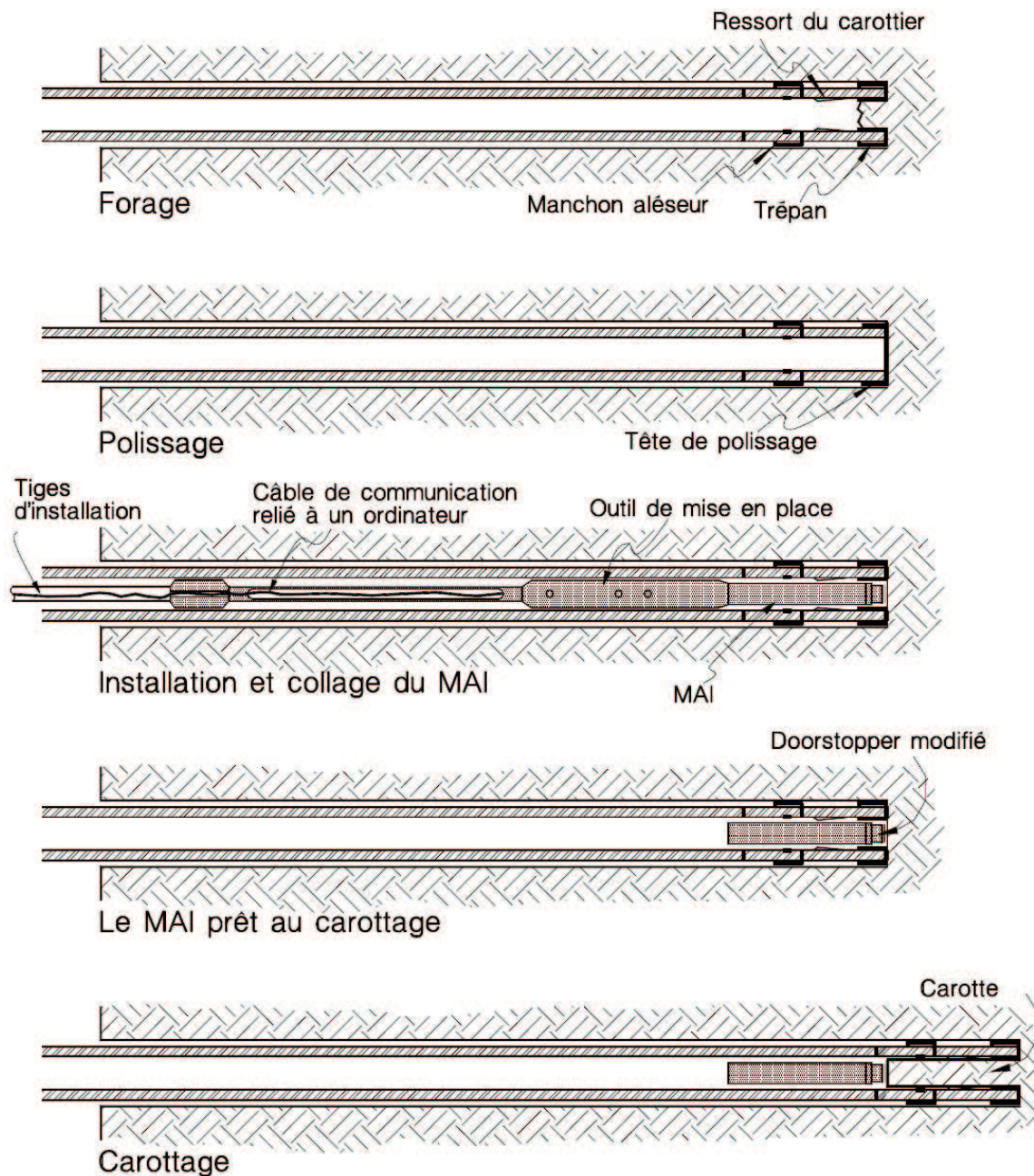


Figure 2.4 : Séquence d'opérations pour la mesure de contraintes avec le doorstopper, d'après Corthésy (2010).

d'épaisseur plus ou moins régulière sous l'effet du relâchement des contraintes, ce qui lui a valu son appellation.

Depuis le début des années 80, des améliorations importantes ont été apportées à la cellule *Doorstopper* classique, aux procédures de mesures sur le terrain et à la méthode de calcul des contraintes par une équipe du laboratoire de mécanique des roches de l'École Polytechnique

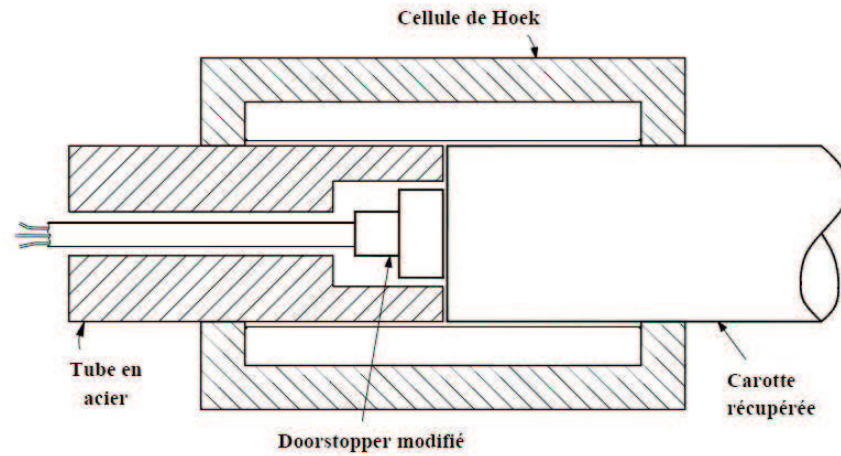


Figure 2.5 : Recharge biaxiale de la carotte grâce à la cellule de Hoek, d'après Corthésy (2010).

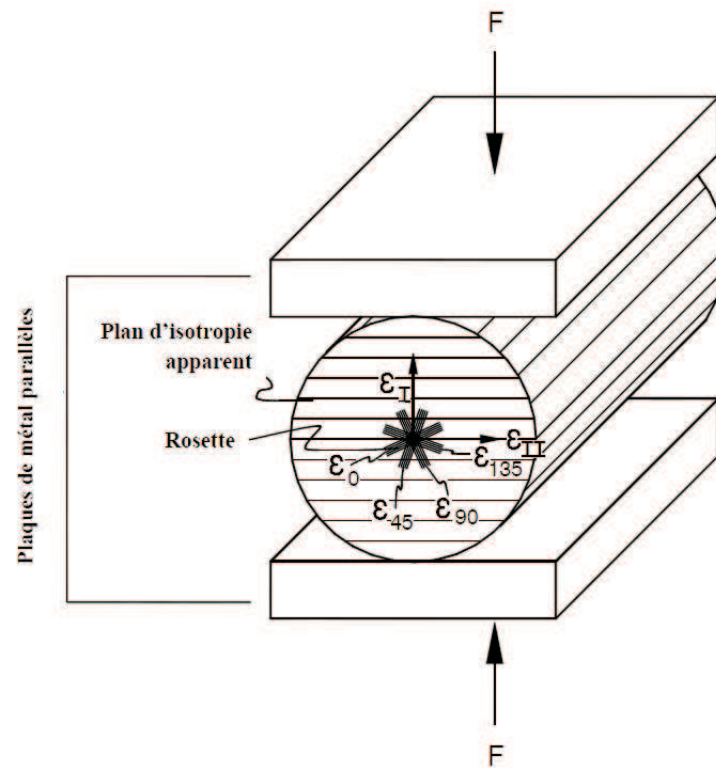


Figure 2.6 : Essai de compression diamétrale sur la carotte récupérée selon la direction de la plus grande déformabilité, d'après Corthésy (2010).

de Montréal (Corthésy *et al.*, 1993b, 1994a; Gill *et al.*, 1987). Ces modifications ont donné naissance à la technique du Doorstopper Modifié, qui sera présentée à la section 2.4.2.

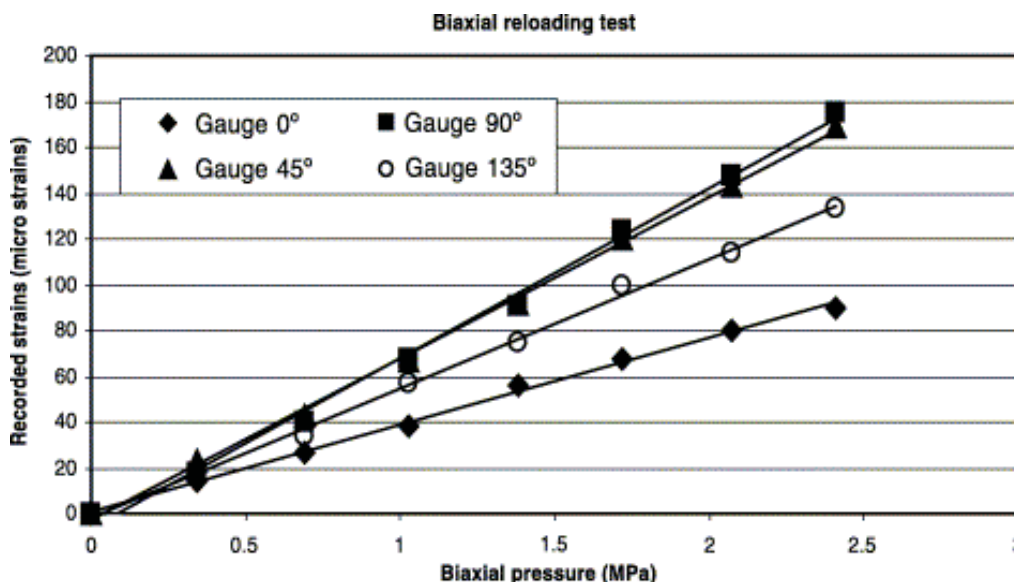


Figure 2.7 : Déformations enregistrées suite à un essai biaxial, d'après Corthésy (2010).

2.4.2 La technique du Doorstopper Modifié

Gill *et al.* (1987) ont proposé des améliorations à la technique de mesure du Doorstopper afin de rendre son utilisation plus performante et son champ d'action plus étendu. Les travaux de recherche ont été poursuivis dans les laboratoires de l'École Polytechnique de Montréal, aboutissant à la technique du Doorstopper Modifié (Corthésy *et al.*, 1993b, 1994a). La méthodologie d'utilisation de la technique du Doorstopper Modifié s'apparente de ce fait à celle de son prédécesseur, le Doorstopper classique. Toutefois, les modifications apportées au mode opératoire, à l'instrument et à l'interprétation des mesures lui procurent un avantage certain sur son précurseur ainsi que sur les autres techniques de mesure.

Les améliorations apportées par la technique du Doorstopper Modifié

En ce qui concerne les améliorations techniques, une jauge de température, ou thermistor, a été ajoutée sur la face porteuse des jauges extensométriques. Cet ajout permet la prise en compte des effets thermoélectriques et thermomécaniques de la cellule pendant le temps des mesures. Les courbes de déformation obtenues sont ensuite corrigées à la lumière de ces informations. Pour augmenter la surface d'adhésion, un anneau en plastique de 3 mm d'épaisseur englobe la cellule (Corthésy *et al.*, 1993b, 1997). La figure 2.8 et l'annexe B présentent ces améliorations. Le mode opératoire a également beaucoup évolué :

- les mesures peuvent à présent être réalisées dans des forages humides ou inondés ;
- la lecture des jauges se fait en continu lors de la saignée (Gill *et al.*, 1987; Corthésy et

- Gill, 1990) ;
- l'ajout d'un système d'acquisition en continu fonctionnant sur batteries, le M.A.I (Figure 2.9), pour Module d'Acquisition Intelligent (Leite *et al.*, 1996), permet de minimiser les effets de fils électriques et d'accroître la qualité de l'acquisition des mesures (Corthésy *et al.*, 1997) ;
 - des modifications du M.A.I permettent des mesures à de très grandes profondeurs (Thompson *et al.*, 1997).
- La procédure d'acquisition reste sensiblement la même (figure 2.4).

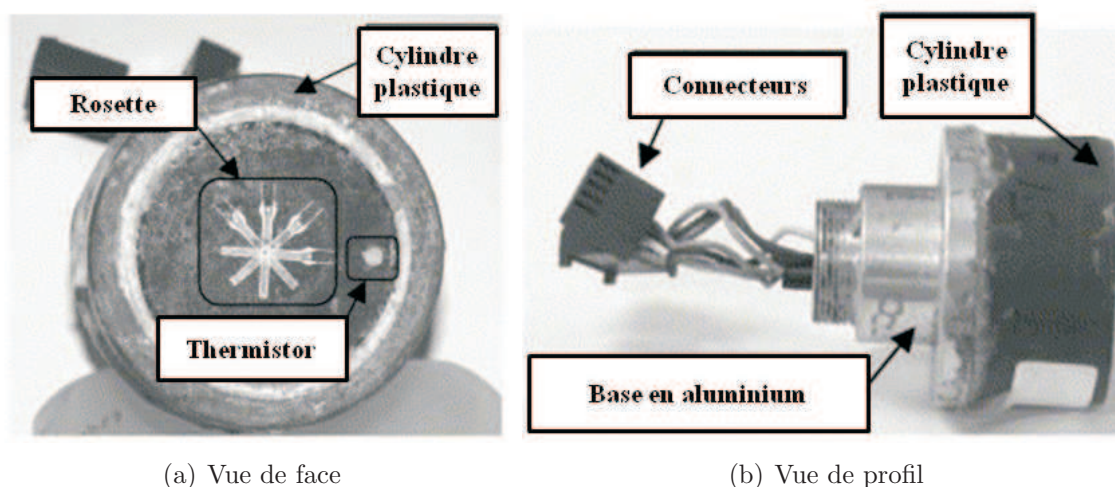


Figure 2.8 : Cellule du Doorstopper Modifié, d'après Corthésy (2010).

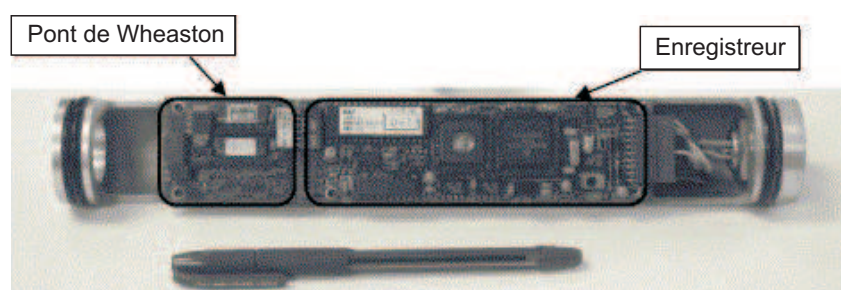


Figure 2.9 : Module d'Acquisition Intelligente en continue (M.A.I.), d'après Corthésy (2010).

Le modèle d'interprétation a été affiné afin d'accroître le champ d'utilisation du Doorstopper. Il permet à ce jour la prise en compte de l'anisotropie et du comportement non-linéaire (Corthésy, 1982), ainsi que de l'hétérogénéité de la roche au point de mesure (Corthésy et Gill, 1993; Corthésy *et al.*, 1993b,a, 2003). Des améliorations ont également été apportées aux

essais fait en laboratoire pour déterminer les paramètres de déformabilité lorsque le milieu est anisotrope. Dans un premier temps, le manchon de roche récupéré est rechargé grâce à une cellule biaxiale isotrope de type Hoek afin de déterminer la direction de la plus grande déformabilité, soit l'axe perpendiculaire à l'intersection du plan apparent d'isotropie pour un matériau supposé transversal isotrope, avec le plan du fond du trou. Puis un second essai est mené sur la même carotte, l'essai de compression diamétrale, avec application de la charge dans la direction de la plus grande déformabilité trouvée lors de la compression biaxiale. Ces deux essais fournissent les informations nécessaires à la détermination des paramètres élastiques.

La méthode d'interprétation du RPR (Corthésy *et al.*, 1994b) s'ajoute aux améliorations en liant les invariants de déformations en fond de trou à la contrainte parallèle à l'axe du forage. Cela a pour effet de diminuer le nombre de trous de forage nécessaires à l'obtention du tenseur tridimensionnel des contraintes à deux forages non parallèles au lieu de trois. Cette méthode est explicitée à la section 3.6.

La méthodologie complète de la technique du Doorstopper modifié et sa nouvelle procédure sont présentées dans Corthésy *et al.* (2003).

2.4.3 Avantages du Doorstopper Modifié sur les autres techniques

À son stade actuel de développement, la technique du Doorstopper Modifié se situe à la pointe dans le domaine des techniques de mesures de contraintes *in situ*. Ses améliorations récentes lui confèrent des avantages incontestables sur les autres techniques. D'après Yaméogo (2008), s'appuyant sur les travaux de Amandei et Stephansson (1997), de Corthésy (Corthésy *et al.*, 1993; Corthésy et Gill, 1993) et de Leite et Corthésy (2001), ils se déclinent comme suit :

- la simplicité et la flexibilité de la mise en oeuvre ;
- le peu d'hypothèses simplificatrices : il n'est pas nécessaire de faire des hypothèses non vérifiées sur l'amplitude et l'orientation des contraintes a priori ;
- les conditions d'application plus variées : mesures dans le béton, les zones à fortes contraintes et les roches molles ;
- les mesures peuvent être réalisées dans les zones fracturées sans que la courte longueur de carotte nuise aux mesures ;
- la jauge de température, avec ses lectures en continu, favorise l'élimination des effets thermiques associés aux variations de température pendant le forage ;
- la stabilité du système d'acquisition en continu permet d'avoir des lectures de déformations très précises et de statuer sur la qualité des mesures ;
- le modèle homogène anisotrope équivalent est censé inclure les influences de l'anisotropie

et de l'hétérogénéité présentes dans le milieu de mesure (Corthésy, 1982).

CHAPITRE 3

Méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper

Les méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper permettent de faire le lien entre les valeurs des déformations mesurées en fond de trou de forage lors du relâchement des contraintes et les contraintes en place dans le massif rocheux. Il existe différentes méthodes d'interprétation permettant de prendre en compte les particularités de la roche au point de mesure, mais aussi autour du forage. Elles se basent sur des modèles de comportement de roches connues tels que :

- le modèle de comportement élastique linéaire et isotrope ;
- le modèle de comportement élastique linéaire et transversalement anisotrope.

Les méthodes d'interprétation de mesures au Doorstopper utilisent ces modèles de comportement pour établir les relations contraintes-déformations du matériau que l'on étudie. Étant donné que le contexte de l'étude se cantonne au comportement des roches élastiques, linéaires et isotropes, seule cette partie sera abordée dans ce mémoire (voir section 3.1). Il est à noter qu'au regard des sections 3.2 et 3.3, explicitant plus en détail l'obtention du tenseur tridimensionnel des contraintes en fonction des déformations en fond de trou, il est relativement aisé d'utiliser un autre modèle de comportement si l'étude le demande. En effet, le modèle de comportement n'intervient dans les méthodes d'interprétation qu'au moment du passage des déformations aux contraintes (au point de mesure avec les équations 3.22 à 3.24 pour les méthodes utilisant les tenseurs partiels de contraintes et lors du passage du tenseur complet des déformations au tenseur complet des contraintes pour la méthode de Gray et Toews).

3.1 Les relations contraintes-déformations élastiques, linéaires et isotropes

Comme évoqué précédemment, on considère pour le présent mémoire que la roche est caractérisée par un comportement élastique, linéaire et isotrope. Le couple de paramètres définissant cela est le couple (E, ν) , où E est le module d'Young du matériau et ν le coefficient de Poisson. Ces paramètres définissent les relations contraintes-déformations de la roche au travers de cette équation :

$$[\varepsilon] = [S][\sigma] \quad (3.1)$$

où $[\varepsilon]$ est le vecteur des déformations tel que :

$$[\varepsilon] = {}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$[\sigma]$ est le vecteur des contraintes tel que :

$$[\sigma] = {}^T \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{yz} & \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

et $[S]$ est la matrice de conformité qui dans le cas d'élasticité linéaire et isotrope s'exprime comme suit :

$$[S] = \frac{1}{E} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ & & & & 2(1+\nu) & 0 \\ & & & & & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Dans le cas du Doorstopper modifié, on utilise la relation entre les contraintes en fond de trou $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$ et $\bar{\tau}_{xy}$, qui se trouve dans un état de contraintes planes, et les déformations en fond de trou $\bar{\varepsilon}_x$, $\bar{\varepsilon}_y$ et $\bar{\gamma}_{xy}$. Cette relation s'exprime comme suit et sera explicitée en détail au niveau des équations 3.22, 3.23 et 3.24 :

$$[\bar{\sigma}] = [D][\bar{\varepsilon}] \quad (3.5)$$

La matrice D joue un rôle important dans la détermination du tenseur des contraintes tri-dimensionnel car sa nature varie en fonction du modèle d'interprétation utilisé. À titre d'information, deux méthodes d'interprétation modélisant la nature de la roche de manières différentes ont été développées (Corthésy, 1982; Corthésy *et al.*, 1993b,a; Yaméogo, 2008) :

- la méthode de l'anisotropie équivalente;
- la méthode de l'isotropie équivalente.

Bien que les relations de passage contraintes-déformations décrites ci-dessus soient essentielles dans la pratique, elles ne sont pas utilisées dans cette étude. En effet, la modélisation numérique utilisée permet de travailler directement avec les valeurs de contraintes sans *s'encombrer* des déformations.

3.2 Méthodes d'interprétation à partir des tenseurs partiels de contrainte

Le modèle d'interprétation utilisant les tenseurs partiels de contrainte est basé sur les hypothèses suivantes, d'après Corthésy et Leite (2009) :

- le massif rocheux est élastique, linéaire, isotrope et homogène (E, ν) ;
- les mesures des déformations récupérées suite au surcarottage sont ponctuelles ;
- le tenseur des contraintes est constant à l'échelle du volume de massif rocheux impliqué dans les mesures ;
- les constantes élastiques, le module d'Young et le coefficient de Poisson, de la portion du massif impliquée dans les mesures sont connus ;
- les facteurs de concentration de contrainte en fond de trou sont connus.

Telles que décrites à la section 2.4, les déformations sont mesurées au fond du trou de forage, lors du relâchement des contraintes autour de la carotte de roche, induit par la saignée. À la différence des autres techniques de mesures utilisant le principe de récupération, il n'existe pas de solution analytique pour passer des contraintes au point de mesure aux contraintes naturelles. L'évaluation des facteurs de concentration de contraintes en fond de trou est possible grâce à l'élaboration de modèles physiques et numériques. Les modèles permettant la détermination de ces facteurs de concentration ont vu le jour dans les années 70. Certains auteurs, comme Hocking (1976), présentent une revue des travaux qui ont été faits dans ce domaine.

Considérons le système d'axes de références $\Re(x, y, z)$, où z est parallèle à l'axe du premier forage. Les relations entre les contraintes en fond de trou et les contraintes naturelles se décrivent comme suit (voir Leeman, 1971) :

$$\bar{\sigma}_x = H_1\sigma_x + H_2\sigma_y + H_3\sigma_z \quad (3.6)$$

$$\bar{\sigma}_y = H_2\sigma_x + H_1\sigma_y + H_3\sigma_z \quad (3.7)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = (H_1 - H_2)\tau_{xy} \quad (3.8)$$

où l'état de contraintes planes en fond de trou est représenté par $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y$ et $\bar{\tau}_{xy}$, les composantes du tenseur de contraintes *in situ* par $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ et τ_{xy} et les facteurs de concentration de contrainte en fond de trou par H_1, H_2 et H_3 .

Dans le cas d'une roche élastique, homogène et isotrope, les facteurs de concentration de contraintes ne dépendent que du coefficient de Poisson ν . D'après Rahn (1984), ils s'expriment

comme suit :

$$H_1 = 1,32 + 0,8\nu(1 + \nu) \quad (3.9)$$

$$H_2 = -0,12 + 0,18\nu(1 + 2,55\nu) \quad (3.10)$$

$$H_3 = -1,09\nu(0,33 + \nu) \quad (3.11)$$

La cellule du Doorstopper étant équipée d'une rosette à quatre jauges, quatre déformations non indépendantes sont récupérées suite à une mesure (Figure 3.1). Par commodité, nous utiliserons les notations suivantes pour faire référence aux déformations des rosettes :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{0^\circ} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{90^\circ} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{45^\circ} \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_{135^\circ} \quad (3.15)$$

Les angles associés aux déformations sont par rapport à l'axe x en fond de trou, mesurés dans le sens direct, ou anti-horaire.

Les déformations ε_1 , ε_2 , ε_3 et ε_4 , sont ensuite réduites par moindres carrés afin d'obtenir les déformations dans le plan du fond de forage, soit $\bar{\varepsilon}_x$, $\bar{\varepsilon}_y$ et $\bar{\gamma}_{xy}$. En un point, les relations entre les déformations mesurées et celles du fond du trou sont :

$$\bar{\varepsilon}_x = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1 + \varepsilon_4 + 3\varepsilon_2)/4 \quad (3.16)$$

$$\bar{\varepsilon}_y = (\varepsilon_3 - \varepsilon_2 + \varepsilon_4 + 3\varepsilon_1)/4 \quad (3.17)$$

$$\bar{\gamma}_{xy} = \varepsilon_4 - \varepsilon_3 \quad (3.18)$$

En un point dans les matériaux isotropes, les relations entre les déformations en fond de trou et les contraintes en fond de trou sont les suivantes :

$$\bar{\varepsilon}_x = \frac{1}{E}(\bar{\sigma}_x - \nu\bar{\sigma}_y) \quad (3.19)$$

$$\bar{\varepsilon}_y = \frac{1}{E}(\bar{\sigma}_y - \nu\bar{\sigma}_x) \quad (3.20)$$

$$\bar{\gamma}_{xy} = \frac{2\bar{\tau}_{xy}(1 + \nu)}{E} \quad (3.21)$$

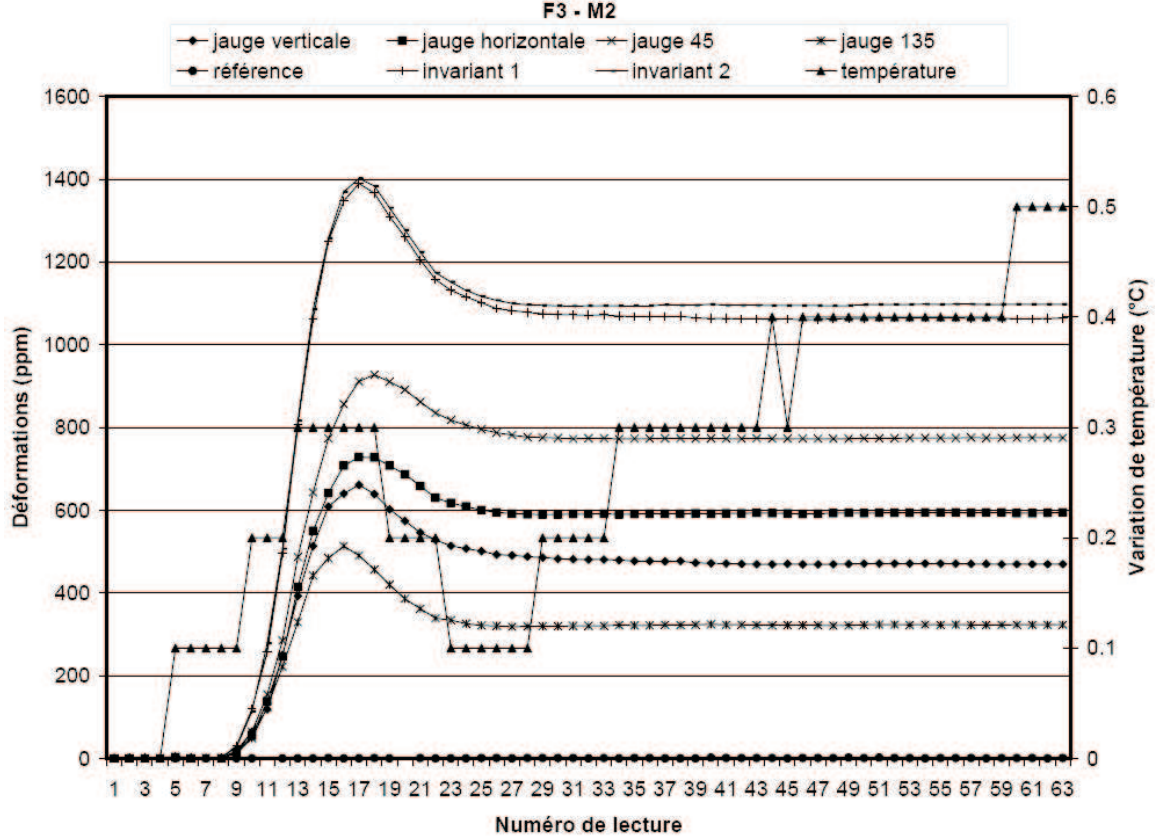


Figure 3.1 : Exemple de courbe de déformations récupérées réelles lors du surcarottage, d'après Corthésy (2010).

Si on inverse ces équations, les relations précédentes donnent :

$$\bar{\sigma}_x = \frac{E(\bar{\epsilon}_x + \nu\bar{\epsilon}_y)}{1 - \nu^2} \quad (3.22)$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{E(\bar{\epsilon}_y + \nu\bar{\epsilon}_x)}{1 - \nu^2} \quad (3.23)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = G\bar{\gamma}_{xy} \quad (3.24)$$

où G est le module de cisaillement défini tel que :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.25)$$

Le but étant d'obtenir la valeur des contraintes préalables au forage en fonction des contraintes en fond de trou, le tenseur partiel des contraintes est obtenu en inversant les

équations 3.6, 3.7 et 3.8 :

$$\sigma_x = \frac{H_1 \bar{\sigma}_x - H_2 \bar{\sigma}_y - H_3(H_2 - H_1)\sigma_z}{H_1^2 - H_2^2} \quad (3.26)$$

$$\sigma_y = \frac{H_1 \bar{\sigma}_y - H_2 \bar{\sigma}_x - H_3(H_2 - H_1)\sigma_z}{H_1^2 - H_2^2} \quad (3.27)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\bar{\tau}_{xy}}{H_1 - H_2} \quad (3.28)$$

Ce système de trois équations à quatre inconnues ne peut être résolu sans informations supplémentaires. Dans le cas général, la contrainte parallèle à l'axe du trou σ_z n'est pas connue, d'où la nécessité de procéder à de nouvelles mesures dans des trous de forages différents. Dans cette situation, où aucune hypothèse n'est énoncée quant à l'orientation et la grandeur des contraintes principales, un maximum de trois équations indépendantes est obtenu de l'un des forages, deux équations indépendantes du second et le dernier forage fournit la sixième équation indépendante (Gray et Toews, 1967). La redondance des équations permet de minimiser les erreurs expérimentales par la méthode des moindres carrés (voir la section 3.5).

L'un des points négatifs majeur de cette méthode d'interprétation se situe au niveau des hypothèses de bases. Cette méthode suppose que la roche suit un comportement élastique, linéaire et isotrope ; c'est par ailleurs ce qui caractérise sa simplicité d'utilisation. Même si cette façon de procéder reste la plus répandue pour le Doorstopper, les erreurs engendrées par la simplification du modèle d'interprétation peuvent conduire à une mauvaise appréhension du tenseur des contraintes *in situ*. Afin de pallier certains désavantages de cette méthode et de coller au mieux à la réalité des choses, il est possible de complexifier le modèle en prenant en compte l'effet de l'hétérogénéité et de l'anisotropie.

3.3 Méthode d'interprétation de Gray et Toews

La méthode de Gray et Toews est la méthode d'interprétation des mesures au Doorstopper traditionnelle. Elle est à ce jour la méthode la plus utilisée dans le monde pour déterminer le tenseur des contraintes par la technique Doorstopper, notamment grâce au logiciel Stressout du U.S.B.M..

Cette méthode d'interprétation des mesures diffère assez peu des précédentes utilisées dans cette étude. En effet, la méthode proposée par Gray et Toews (1967) exploite les tenseurs partiels de déformations récupérés en fond de trou de forage, et non pas les tenseurs partiels de contraintes. La relation entre les déformations mesurées en fond de trou et les contraintes

naturelles exprimées dans le repère Nord-Est-Vertical (*NEV*) est la suivante :

$$\bar{\varepsilon}_i = \sum_{r=3}^3 \sum_{t=3}^3 [Al_{1r}l_{1t} + Bl_{3r}l_{3t} + Cl_{2r}l_{2t}]_i \sigma_{rt}, \quad (i=1 \dots M) \quad (3.29)$$

où M est le nombre de mesures de déformation effectuées, σ_{rt} est la composante rt du tenseur de contrainte naturelle du massif dans le repère *NEV*, l_{1i} , l_{2i} et l_{3i} sont les cosinus directeurs liés aux axes des forages dans le repère *NEV* et A , B et C sont des coefficients fonctions des propriétés de la roche.

La détermination du tenseur complet de contrainte nécessite trois forages non parallèles aboutissant à la mesure de trois déformations dans chacun de ces forages (donc $M = 9$). La résolution du système d'équations 3.29 par la méthode des moindres carrés revient à déterminer le tenseur complet des déformations puis à le transformer en tenseur complet des contraintes grâce aux paramètres de déformabilité de la roche et à la relation 3.1. Cette méthode ne permet donc pas un échantillonnage de l'hétérogénéité aussi grand que dans les précédentes méthodes étant donné que les paramètres de déformabilité sont supposés identiques dans tous les forages.

3.4 Points communs entre les méthodes d'interprétation classiques

Les méthodes d'interprétation des mesures précédentes sont relatives à l'utilisation de la cellule du Doorstopper dans divers milieux rocheux. Il est important de noter que chacune d'elles a pour point de départ la mesure des déformations en fond de trou de forage, suite à un relâchement de contrainte. Ce qui diffère entre elles, c'est le cheminement pour déterminer le tenseur des contraintes naturel à partir des mesures des déformations.

La méthode de Gray et Toews exploite les tenseurs partiels de déformation et n'utilise qu'un seul couple de paramètres de déformabilité pour définir les propriétés du massif rocheux.

Les autres méthodes d'interprétation utilisent les tenseurs partiels de contrainte pour établir le tenseur complet :

- soit en supposant le matériau homogène au point de mesure ;
- soit en utilisant l'anisotropie équivalente.

Une fois ces contraintes acquises, le traitement par moindres carrés pour établir le tenseur tridimensionnel des contraintes reste le même (section 3.5). Les méthodes d'interprétation utilisant les tenseurs partiels de contrainte ne diffèrent donc dans les calculs qu'au niveau de la relation contraintes-déformations en fond de trou (équation 3.5).

Par la suite, le cheminement utilisé pour déterminer les contraintes à partir des déformations mesurées supposera que le matériau est homogène au point de mesure. La prise en

compte de l'hétérogénéité des massifs rocheux se fera notamment en effectuant plusieurs forages divergents, et donc non ponctuels, puis compilera les données récupérées pour le calcul du tenseur de contrainte moyen.

Dans ce qui suit, cinq méthodes d'interprétation des mesures seront utilisées, à savoir la méthode de Gray et Toews et quatre méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte. Parmi ces quatre dernières, deux sont basées sur la méthode d'interprétation dite classique :

- La méthode dite *Méthode Convergente* utilise les données issues de trois forages convergents, les prises de mesures étant supposées ponctuelles. Cette méthode est celle respectant le plus les hypothèses de travail liées à l'utilisation de la technique du Doorstopper. En effet, les prises de mesures sont supposées ponctuelles grâce aux forages convergents et le matériau homogène dans les trois forages.
- La seconde méthode dite *Méthode Divergente* utilise quant à elle l'extraction des données dans trois forages divergents, chaque prise de mesure étant faite dans un matériau ayant des propriétés différentes les unes des autres (le matériau est encore supposé homogène au point de mesure). Cette méthode tient compte de l'impossibilité pratique d'effectuer trois forages convergents en un même point et permet d'introduire l'hétérogénéité dans le calcul du tenseur de contrainte.

Les deux autres utilisant la méthode d'interprétation du RPR seront présentées à la section 3.6.

Il est important de noter que par la suite les données issues de la modélisation numérique sont sous forme de contraintes et non de déformations. De cette manière il n'est pas nécessaire d'utiliser les relations contraintes-déformations pour déterminer les tenseurs partiels propres à chaque forage¹, même si cela reviendrait à la même chose.

3.5 Réduction par moindres carrés du système d'équations

La détermination du tenseur tridimensionnel des contraintes par la méthode des moindres carrés ordinaire explicitée dans ce chapitre est adaptée à l'utilisation de la méthode de mesure des contraintes au Doorstopper utilisant trois forages. Par cette méthode, nous avons à notre disposition un système de neuf équations que nous réduisons au nombre de six par moindres carrés. Le nombre d'équations à notre disposition pour la résolution dépend de la méthode d'interprétation des mesures utilisée. En effet, l'utilisation de la méthode RPR présentée à la section 3.6 fournit trois équations supplémentaires. Il est toutefois possible d'adapter la résolution par réduction en fonction de la méthode en jouant sur la taille de certaines matrices. Ces adaptations seront explicités lorsque nécessaire.

1. Sauf pour la méthode de Gray et Toews, pour laquelle ces relations sont utilisées.

3.5.1 Utilisation des tenseurs partiels des contraintes

La détermination du tenseur complet des contraintes passe avant tout par la mesure des déformations en fond de trou de forage. On récupère quatre déformations de jauge par forage ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ et ε_4), soit douze déformations au total sur un ensemble de trois forages. Ces quatre déformations sont ensuite réduites par la méthode des moindres carrés² afin de déterminer les déformations en fond de trou pour chaque forage ($\bar{\varepsilon}_x, \bar{\varepsilon}_y$ et $\bar{\gamma}_{xy}$). Tel que décrit précédemment, la détermination du tenseur complet des contraintes peut se faire de deux façons :

- en déterminant le tenseur de déformation 3D à partir des tenseurs partiels de déformation, puis le tenseur de contrainte 3D (Gray et Toews, 1967) ;
- en déterminant le tenseur de contrainte 3D à partir des tenseurs partiels de contrainte de préforage.

La méthode de Gray et Toews considère que la roche conserve les mêmes paramètres de déformabilité E et ν dans chacun des forages. En utilisant les relations contraintes-déformations ainsi que la méthode des moindres carrés, ils parviennent à former le tenseur des contraintes complet à partir du tenseur des déformations complet.

En utilisant la seconde méthode, il est possible de tenir compte des différents modèles d'interprétation présentés au chapitre 3. À la différence de la méthode de Gray et Toews, le passage des déformations en fond de trou aux contraintes en fond de trou peut se faire en utilisant les paramètres de la roche propres à chaque forage. En fonction du modèle utilisé, on associe à chaque forage un triplet de contraintes $\bar{\sigma}_{xi}$, $\bar{\sigma}_{yi}$ et $\bar{\tau}_{xyi}$. Puis grâce aux relations proposées à la section 3.2, on forme le tenseur partiel de préforage et on détermine le tenseur complet des contraintes par moindres carrés.

Le cheminement emprunté par cette méthode depuis la détermination des tenseurs partiels de préforages jusqu'à la détermination du tenseur complet des contraintes est présenté dans la section suivante.

3.5.2 Détermination du tenseur tridimensionnel des contraintes par la méthode des moindres carrés

La méthode des moindres carrés permet de former le tenseur complet des contraintes à partir des tenseurs partiels. Cependant, pour combiner l'ensemble des mesures faites dans les trois forages, il est nécessaire de les exprimer selon un système commun. Par commodité, nous choisirons le système d'axes NEV (Nord-Est-Vertical), fréquemment utilisé dans le domaine de la mécanique des roches et de la géologie. Initialement, chacun est exprimé dans le repère $\mathcal{R}_i(x, y, z)_i$ attaché au forage i , z étant confondu à l'axe du forage. Les cosinus directeurs

2. La méthode est la même que celle explicitée ci-après dans ce chapitre.

suivants permettent de relier les systèmes \mathfrak{R}_i au système NEV en fonction de l'azimut (ρ) et de la plongée (δ) du forage :

$$l_{1i} = \cos(\delta_i + 90), \quad m_{1i} = \sin(\delta_i + 90), \quad n_{1i} = 0 \quad (3.30)$$

$$l_{2i} = \sin(\rho_i) \cos(\delta_i), \quad m_{2i} = \sin(\rho_i) \sin(\delta_i), \quad n_{2i} = \cos(\rho_i) \quad (3.31)$$

$$l_{3i} = \cos(\delta_i) \cos(\rho_i), \quad m_{3i} = \sin(\delta_i) \cos(\rho_i), \quad n_{3i} = -\sin(\rho_i) \quad (3.32)$$

L'indice i fait référence au forage n° i , les angles sont exprimés en degrés.

En utilisant les relations des contraintes en un point, il est possible de relier les expressions des composantes de contraintes obtenues dans chaque forage aux composantes du tenseur de contraintes dans le référentiel NEV (Gray et Toews, 1967) :

$$\{D\} = [J]\{b\} \quad (3.33)$$

Avec $\{D\}$ vecteur des contraintes σ_{xi} , σ_{yi} et τ_{xyi} associé au repère i , $[J]$ matrice des cosinus directeurs des trois forages et $\{b\}$ vecteur des contraintes dans le repère NEV .

Sous forme explicite :

$$\{D\} = {}^T \begin{vmatrix} \sigma_{x1} & \sigma_{y1} & \tau_{xy1} & \sigma_{x2} & \sigma_{y2} & \tau_{xy2} & \sigma_{x3} & \sigma_{y3} & \tau_{xy3} \end{vmatrix} \quad (3.34)$$

$$[J] = \begin{vmatrix} l_{11}^2 & m_{11}^2 & n_{11}^2 & 2m_{11}n_{11} & 2l_{11}n_{11} & 2l_{11}m_{11} \\ l_{21}^2 & m_{21}^2 & n_{21}^2 & 2m_{21}n_{21} & 2l_{21}n_{21} & 2l_{21}m_{21} \\ l_{11}l_{21} & m_{11}m_{21} & n_{11}n_{21} & (m_{11}n_{21} + n_{11}m_{21}) & (l_{11}n_{21} + n_{11}l_{21}) & (l_{11}m_{21} + m_{11}l_{21}) \\ l_{12}^2 & m_{12}^2 & n_{12}^2 & 2m_{12}n_{12} & 2l_{12}n_{12} & 2l_{12}m_{12} \\ l_{22}^2 & m_{22}^2 & n_{22}^2 & 2m_{22}n_{22} & 2l_{22}n_{22} & 2l_{22}m_{22} \\ l_{12}l_{21} & m_{12}m_{21} & n_{12}n_{21} & (m_{12}n_{21} + n_{12}m_{21}) & (l_{12}n_{21} + n_{12}l_{21}) & (l_{12}m_{21} + m_{12}l_{21}) \\ l_{13}^2 & m_{13}^2 & n_{13}^2 & 2m_{13}n_{13} & 2l_{13}n_{13} & 2l_{13}m_{13} \\ l_{23}^2 & m_{23}^2 & n_{23}^2 & 2m_{23}n_{23} & 2l_{23}n_{23} & 2l_{23}m_{23} \\ l_{13}l_{23} & m_{13}m_{23} & n_{13}n_{23} & (m_{13}n_{23} + n_{13}m_{23}) & (l_{13}n_{23} + n_{13}l_{23}) & (l_{13}m_{23} + m_{13}l_{23}) \end{vmatrix} \quad (3.35)$$

$$\{b\} = {}^T \begin{vmatrix} \sigma_N & \sigma_E & \sigma_V & \tau_{NE} & \tau_{NV} & \tau_{EV} \end{vmatrix} \quad (3.36)$$

La méthode des moindres carrés permet de minimiser les écarts entre les valeurs empiriques et les valeurs obtenues par la régression. Soit D_i la valeur des contraintes mesurées entachée

d'erreurs et d_i la valeur de contrainte que l'on obtiendrait sans erreurs, i désignant le numéro du forage. On définit alors l'erreur expérimentale e_i comme suit :

$$e_i = D_i - d_i \quad (3.37)$$

ou encore :

$$D_i = d_i + e_i \quad (3.38)$$

On forme ensuite la somme des carrés des erreurs, Q :

$$\sum_{i=1}^9 (e_i)^2 = Q \quad (3.39)$$

L'équation 3.39 peut donc s'écrire comme suit :

$$Q = \sum_{i=1}^9 \left(D_i - \sum_{j=1}^6 J_{ij} b_j \right)^2 \quad (3.40)$$

Où les termes J_{ij} sont les coefficients de la matrice des cosinus directeurs $[J]$ et les termes b_j sont ceux de la matrice $\{b\}$. Pour minimiser Q , on impose les conditions suivantes à l'équation 3.40 :

$$\frac{\partial Q}{\partial b_j} = 0 \text{ pour } j : 1..6 \quad (3.41)$$

Les valeurs de contraintes b_j permettant de minimiser Q sont les solutions du système d'équation suivant :

$$\sum_{j=1}^6 F_{ij} b_j = c_k \text{ pour } k : 1..6 \quad (3.42)$$

$$\text{où } c_k = \sum_{i=1}^9 D_i J_{ik} \quad (3.43)$$

$$F_{kj} = \sum_{i=1}^9 J_{ij} J_{ik} \quad (3.44)$$

Matriciellement, si on introduit la matrice $[F]$ et le vecteur $\{c\}$, composés respectivement des

coefficients F_{kj} et c_k (avec $j, k : 1..6$), on obtient le système équivalent suivant :

$$[F]_{6,6}\{b\}_{6,1} = \{c\}_{6,1} \quad (3.45)$$

$$\text{où } \{c\}_{6,1} = {}^T[J]_{6,9}\{D\}_{9,1} \quad (3.46)$$

$$[F]_{6,6} = {}^T[J]_{6,9}[J]_{9,6} \quad (3.47)$$

Les dimensions des matrices et des vecteurs sont spécifiées à titre indicatif dans les équations 3.45, 3.46 et 3.47. Ces dimensions sont valables uniquement dans le cas de l'utilisation du modèle d'interprétation des mesures au Doorstopper convergent et divergent faisant intervenir trois forages. Il est à noter que l'utilisation de l'écriture matricielle est plus commode pour la programmation de la méthode des moindres carrés sur ordinateur.

3.5.3 Indicateurs de qualité de la régression et des résultats

L'estimation de la qualité des résultats issus de la régression par la méthode des moindres carrés revêt presque autant d'importance que le résultat lui-même. Dans le but de quantifier la qualité de l'ajustement des tenseurs locaux à un tenseur 3D unique, on définit la variance V associée à la régression telle que :

$$V = \frac{Q'}{M - 6} \quad (3.48)$$

Où Q' est le minimum de Q obtenu à partir de l'équation 3.40 et M est le nombre d'équation à réduire, dans le cas précédent $M = 9$.

La variance sur la régression peut être vue comme une mesure indirecte de la dispersion entre les trois états de contraintes mesurés dans chaque trou de forage. D'après Gray et Toews (1967), V est une bonne estimation de la variance sur la régression si les erreurs sur les mesures sont des erreurs aléatoires uniquement dues à l'expérience. Si tel est le cas, l'erreur engendrée par la réduction est bien estimée par l'erreur standard sur la régression \mathfrak{s} définie par l'équation suivante :

$$\mathfrak{s} = \sqrt{V} \quad (3.49)$$

L'erreur standard sur la régression est définie dans les mêmes unités que les variables d'entrées, dans notre cas en MPa.

Gray et Toews (1967) définissent également l'erreur type sur les composantes de contraintes, calculées à partir de la régression par la méthode des moindres carrées. L'erreur type étant supposée aléatoire, les composantes de contraintes obtenues devraient suivre une distribution

normale. Cette erreur type peut être vue comme un écart type et est obtenue en multipliant la racine carrée de la variance calculée à l'équation 3.48 par la racine carrée des coefficients diagonaux de l'inverse de la matrice $[F]$ (voir équation 3.44). Pour une distribution normale des erreurs, les composantes de contraintes obtenues ont 68% de probabilité de se trouver à plus ou moins une erreur type des vraies valeurs de contrainte. En général on ne connaît pas ces vraies valeurs, on peut donc seulement supposer que la valeur vraie de contrainte *in situ* a 68% de probabilité de se trouver à une erreur type de la contrainte calculée par la régression.

L'estimation de l'erreur type pour une composante de contrainte ii peut être calculée par l'équation suivante :

$$\mathfrak{s}_{b_i} = \sqrt{V} \sqrt{F_{ii}^{-1}} \quad (3.50)$$

$$\Leftrightarrow \mathfrak{s}_{\sigma_{ii}} = \mathfrak{s} \sqrt{F_{ii}^{-1}} \quad (3.51)$$

Avec \mathfrak{s}_{b_i} i^{eme} composante de contrainte du tenseur de contrainte $\{b\}$ obtenue par moindres carrés et F_{ii}^{-1} coefficient ii de la matrice $[F]^{-1}$.

3.6 La méthode RPR

La méthode RPR décrite ci-après est une avancée dans le domaine des mesures de contrainte dans les massifs rocheux avec le technique du doorstopper modifiée. Il est important de spécifier que cette méthode peut s'appliquer indépendamment de la méthode d'interprétation des mesures utilisée.

3.6.1 Présentation de la méthode RPR

La méthode RPR, pour *Recovered to Peak strain invariant Ratio*, permet d'ajouter une équation au système de deux équations à trois inconnues mettant en relation les contraintes en fond de trou avec les contraintes du milieu (équations 3.26 et 3.27). Cette méthode pour le Doorstopper est un nouveau concept dans les modèles d'interprétation de contrainte. Son utilisation permet une estimation de la composante parallèle au forage dont dépendent les contraintes en fond de trou, en utilisant la courbe de relâchement des déformations en fond de trou causé par la saignée. L'utilisation de ces courbes de relâchement comme indicateur de la qualité des mesures³ a été proposée au départ par Blackwood (1978).

Le principe de la méthode, décrit par Corthésy *et al.* (1994a), fait appel aux invariants de déformation pour calculer la contrainte parallèle au trou de forage σ_z , jusqu'à lors inconnue et intervenant dans les deux équations citées ci-dessus. Les informations nécessaires à la

3. En comparant l'égalité proposée à l'équation 3.52.

détermination de σ_z viennent des courbes de relâchement des déformations ainsi que de la relation entre le *Recovered to Peak strain invariant Ratio* et le *Stress Ratio*, SR. Chaque cellule de Doorstopper est composée de quatre jauges extensométriques espacées à 45° chacune, ce qui permet de calculer deux invariants de déformation. Rappelons que dans un plan, l'invariant de déformation est la somme des déformations orthogonales dans ce dernier. Dans notre cas nous aurions l'égalité suivante :

$$\mathcal{I}_\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{90} = \varepsilon_{45} + \varepsilon_{135} \quad (3.52)$$

où ε_i est la déformation dans le plan de mesure, i étant l'orientation de la jauge de déformation en degré.

Le RPR est donné par :

$$RPR = \frac{D_r}{D_p} \quad (3.53)$$

Où D_p est le pic moyen des courbes de récupération des invariants dans le plan de mesure et D_r est le résidu moyen de ces courbes (Figure 3.2).

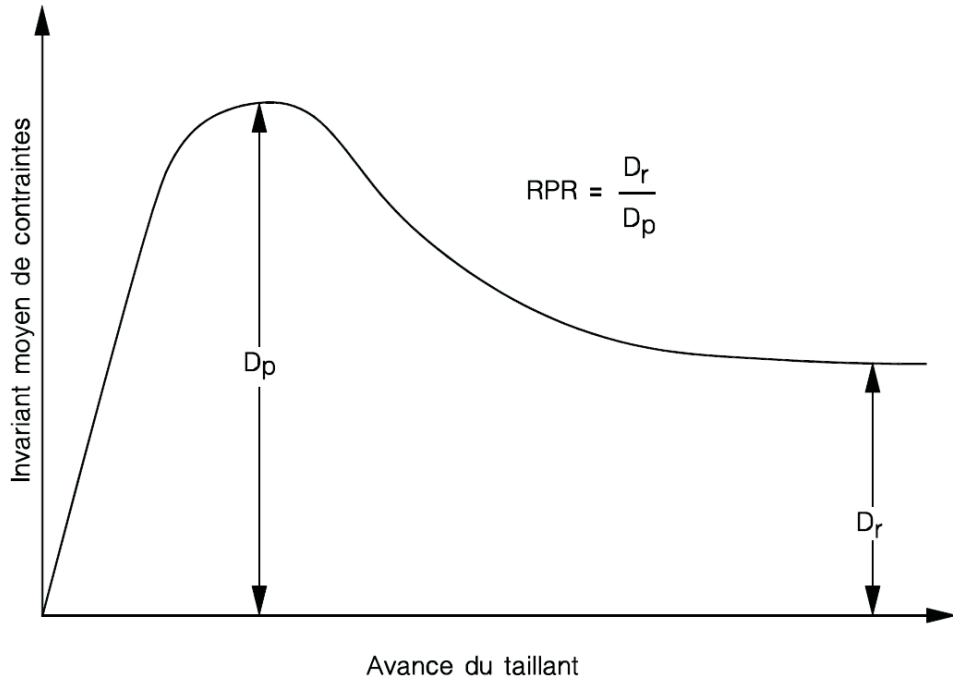


Figure 3.2 : Méthode de calcul du RPR

Pour un état de contrainte donné, il existe une relation unique entre le RPR et le SR dont

la valeur est donnée par :

$$SR = \frac{2\sigma_z}{\sigma_x + \sigma_y} \quad (3.54)$$

où σ_z est la contrainte parallèle au trou de forage et la somme $\sigma_x + \sigma_y$ est l'invariant de contrainte dans le plan de mesure du milieu. Cette relation SR-RPR dépend de la valeur du coefficient de Poisson.

La relation RPR-SR fournit la dernière équation nécessaire à la résolution du système d'équations 3.26, 3.27 et 3.28. En procédant à un second forage et en appliquant à nouveau cette méthode, il est possible de calculer le tenseur tridimensionnel des contraintes. L'avantage évident porte sur la diminution du nombre de trous et donc de mesures nécessaires lors des études de terrain.

La relation analytique SR-RPR a été obtenue à l'aide d'une modélisation numérique par éléments finis. Les résultats obtenus semblent bien s'ajuster à une fonction du type (Corthésy *et al.*, 1994a,b) :

$$SR = a + b[\cot(d \times (1 + RPR))] + c[\cot(d \times (1 + RPR))]^2 \quad (3.55)$$

Où les constantes a, b, c et d sont obtenues par moindres carrés.

Les courbes représentant ces relations en fonction du coefficient de Poisson sont en annexe C.

Avec ces données, on peut résoudre l'équation mettant en jeux σ_z , écrite de deux façons différentes :

$$\sigma_z = SR\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) \quad (3.56)$$

$$\sigma_z = \frac{SR(\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y)}{2[(H_1 + H_2) + (SRH_3)]} \quad (3.57)$$

Avec les équations 3.26, 3.27, 3.28 et 3.57, il est théoriquement possible de déterminer le tenseur complet des contraintes en effectuant une mesure supplémentaire¹. Toutefois, une étude plus poussée sur le sujet (Corthésy *et al.*, 1994b) a mis en évidence une série de problèmes concernant l'équation 3.57 influant grandement sur la qualité des mesures. Ces problèmes peuvent intervenir de deux manières :

- Lorsque le numérateur est nul. C'est le cas où les contraintes en fond de trou sont nulles, $\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y = 0$ (et donc le RPR=0). Cela peut se produire lorsque certaines conditions

1. Une mesure correspondant à une lecture au Doorstopper, donc à la lecture de quatre jauges de déformation.

entre la contrainte parallèle au forage et les contraintes dans le plan perpendiculaire sont réunies.

- Lorsque le dénominateur s'annule. Cela arrive lorsque $\frac{SR}{2[(H_1+H_2)+(SRH_3)]} = 0$, pour certaines combinaisons de ν et de SR. On peut observer ce phénomène par la présence de discontinuités sur le graphique 3.3(a). Dans ce cas-ci, une solution alternative, consistant à relier σ_z au pic des invariants de déformation sans utiliser l'équation 3.57, est requise.

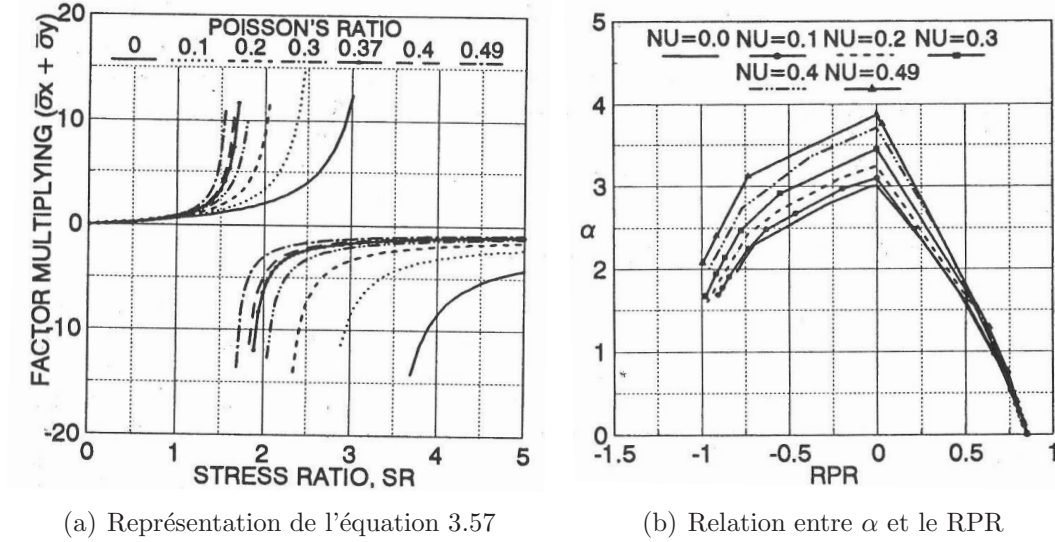


Figure 3.3 : Représentations graphiques des équations 3.57 et 3.58, d'après Corthésy *et al.*, 1994b

L'équation suivante a été obtenue grâce à une analyse par éléments finis :

$$\sigma_z = \alpha(\bar{\varepsilon}_{px} + \bar{\varepsilon}_{py})E \quad (3.58)$$

Où α est fonction du coefficient de Poisson et du RPR tel que montré à la figure 3.3(b) et $\bar{\varepsilon}_{pi}$ est la déformation mesurée au pic de la courbe de relâchement des invariants de déformation suivant l'axe i .

Les auteurs de ces travaux préconisent cependant d'utiliser l'équation 3.58 au lieu de l'équation 3.57 pour déterminer σ_z en tout temps. En effet, même lorsque le dénominateur de la dernière équation n'est pas nul, une petite imprécision sur la détermination du SR entraîne de grosses variations des valeurs de σ_z . Le calcul du tenseur des contraintes en trois dimensions est à présent réalisable, nécessitant au minimum deux trous de forage. La validation de cette méthode en laboratoire a été menée par Corthésy *et al.* (1994a,b).

3.6.2 Intérêt du RPR

L'intérêt majeur de cette technique d'interprétation est de permettre la détermination du tenseur tridimensionnel des contraintes à partir de seulement deux forages non parallèles et non orthogonaux Corthésy *et al.* (1994a). L'ajout de la technique du RPR à l'utilisation traditionnelle du doorstopper à trois trous de forage a pour effet d'augmenter le nombre d'informations prélevées lors des mesures. Selon Corthésy et Leite, cette utilisation de la méthode RPR est bien adaptée pour caractériser les massifs rocheux hétérogènes car la redondance des mesures obtenues lors du troisième forage permet de collecter des informations précieuses tant sur leurs dispersions dans le volume de roche considéré que sur l'hétérogénéité de ce dernier. De cette manière, l'inconvénient majeur du Doorstopper lié au nombre important de forages deviendrait un atout pour s'assurer de la qualité des mesures. L'objet de ce mémoire étant de comparer qualitativement les résultats issus des différentes méthodes d'interprétation, ces notions seront abordées plus en détail dans le chapitre 5.

3.6.3 Intégration de la méthode RPR dans la résolution par moindres carrés

La méthode d'interprétation du RPR fournit trois équations supplémentaires de contraintes lorsque trois forages sont réalisés. Prendre en compte cette méthode dans le traitement par moindres carrés revient à ajouter la composante σ_z dans les tenseurs partiels de préforages et à modifier en conséquence la matrice $[J]$.

Utilisation de la méthode RPR avec trois forages

En couplant la méthode d'interprétation traditionnelle⁴ du doorstopper avec la méthode du RPR, on a accès à des informations supplémentaires lors de la campagne de mesure. Par l'ajout de cette méthode, on peut déterminer la contrainte parallèle à l'axe du forage, σ_z (tel que décrit dans la section 3.6.1). Le système d'équations se voit ainsi augmenté d'une équation par forage, soit trois au total. La réduction se fera alors de douze à six composantes, au lieu de neuf à six. L'ajout d'informations dans notre système aura pour effet d'augmenter la qualité de la réduction (voir chapitre 5).

Si l'on reprend les notations utilisées au chapitre 3.5, nous aurions :

$$\{D\} = [J]\{b\} \quad (3.59)$$

Avec $\{D\}$ vecteur des contraintes σ_{xi} , σ_{yi} , σ_{zi} et τ_{xyi} associé au repère i , $[J]$ matrice des cosinus directeurs des trois forages et $\{b\}$ vecteur des contraintes dans le repère NEV .

4. Méthode convergente ou divergente.

Sous forme explicite nous aurions :

$$\{D\} = {}^T \left| \begin{array}{cccccc} \sigma_{x1} & \sigma_{y1} & \sigma_{z1} & \tau_{xy1} & \sigma_{x2} & \sigma_{y2} & \sigma_{z2} & \tau_{xy2} & \sigma_{x3} & \sigma_{y3} & \sigma_{z3} & \tau_{xy3} \end{array} \right| \quad (3.60)$$

$$[J] = \left| \begin{array}{cccccc} l_{11}^2 & m_{11}^2 & n_{11}^2 & 2m_{11}n_{11} & 2l_{11}n_{11} & 2l_{11}m_{11} \\ l_{21}^2 & m_{21}^2 & n_{21}^2 & 2m_{21}n_{21} & 2l_{21}n_{21} & 2l_{21}m_{21} \\ l_{31}^2 & m_{31}^2 & n_{31}^2 & 2m_{31}n_{31} & 2l_{31}n_{31} & 2l_{31}m_{31} \\ l_{11}l_{21} & m_{11}m_{21} & n_{11}n_{21} & (m_{11}n_{21} + n_{11}m_{21}) & (l_{11}n_{21} + n_{11}l_{21}) & (l_{11}m_{21} + m_{11}l_{21}) \\ l_{12}^2 & m_{12}^2 & n_{12}^2 & 2m_{12}n_{12} & 2l_{12}n_{12} & 2l_{12}m_{12} \\ l_{22}^2 & m_{22}^2 & n_{22}^2 & 2m_{22}n_{22} & 2l_{22}n_{22} & 2l_{22}m_{22} \\ l_{32}^2 & m_{32}^2 & n_{32}^2 & 2m_{32}n_{32} & 2l_{32}n_{32} & 2l_{32}m_{32} \\ l_{12}l_{21} & m_{12}m_{21} & n_{12}n_{21} & (m_{12}n_{21} + n_{12}m_{21}) & (l_{12}n_{21} + n_{12}l_{21}) & (l_{12}m_{21} + m_{12}l_{21}) \\ l_{13}^2 & m_{13}^2 & n_{13}^2 & 2m_{13}n_{13} & 2l_{13}n_{13} & 2l_{13}m_{13} \\ l_{23}^2 & m_{23}^2 & n_{23}^2 & 2m_{23}n_{23} & 2l_{23}n_{23} & 2l_{23}m_{23} \\ l_{33}^2 & m_{33}^2 & n_{33}^2 & 2m_{33}n_{33} & 2l_{33}n_{33} & 2l_{33}m_{33} \\ l_{13}l_{23} & m_{13}m_{23} & n_{13}n_{23} & (m_{13}n_{23} + n_{13}m_{23}) & (l_{13}n_{23} + n_{13}l_{23}) & (l_{13}m_{23} + m_{13}l_{23}) \end{array} \right| \quad (3.61)$$

Le vecteur $\{b\}$ restant inchangé par rapport à précédemment, c'est-à-dire :

$$\{b\} = {}^T \left| \begin{array}{cccccc} \sigma_N & \sigma_E & \sigma_V & \tau_{NE} & \tau_{NV} & \tau_{EV} \end{array} \right| \quad (3.62)$$

L'ajout de nouvelles équations modifie les dimensions des matrices de résolution. En reprenant les équations 3.45, 3.46 et 3.47, le système de réduction par moindres carrés devient :

$$[F]_{6,6} \{b\}_{6,1} = \{c\}_{6,1} \quad (3.63)$$

$$\text{où } \{c\}_{6,1} = {}^T [J]_{6,12} \{D\}_{12,1} \quad (3.64)$$

$$[F]_{6,6} = {}^T [J]_{6,12} [J]_{12,6} \quad (3.65)$$

Par la suite cette méthode d'interprétation sera appelée *Méthode RPR 3 Forages*.

Comme dans la méthode de résolution utilisée pour le Doorstopper traditionnel, il est possible d'avoir une estimation de la qualité des résultats au travers du calcul de la variance, de l'erreur standard sur la régression mais aussi de l'erreur type sur les composantes. Les équations sont les mêmes que pour la méthode précédente (respectivement les équations 3.48, 3.49 et 3.51), seul le nombre de degrés de liberté du système d'équation varie. Ainsi, pour la

Méthode RPR 3 Forages, le nombre d'équation étant $M = 12$, le nombre de degrés de liberté devient $M - 6 = 6$. Cela a une influence directe sur la variance, ce qui se répercute par la suite sur les erreurs standards et les erreurs types.

Utilisation de la méthode RPR avec deux forages

Contrairement à l'utilisation avec trois forages où le RPR permettait la redondance d'informations dans le but d'améliorer la qualité des mesures, l'utilisation de cette méthode avec seulement deux forages permet de minimiser le nombre de mesures faites sur le terrain tout en établissant le tenseur tridimensionnelle des contraintes.

De la même manière que dans la section précédente, si l'on reprend les notations utilisées au chapitre 3.5, nous aurions :

$$\{D\} = [J]\{b\} \quad (3.66)$$

Avec $\{D\}$ vecteur des contraintes σ_{xi} , σ_{yi} , σ_{zi} et τ_{xyi} associé au repère i , $[J]$ matrice des cosinus directeurs des deux forages et $\{b\}$ vecteur des contraintes dans le repère NEV .

Sous forme explicite nous aurions :

$$\{D\} = {}^T \left| \begin{array}{cccccc} \sigma_{x1} & \sigma_{y1} & \sigma_{z1} & \tau_{xy1} & \sigma_{x2} & \sigma_{y2} & \sigma_{z2} & \tau_{xy2} \end{array} \right| \quad (3.67)$$

$$[J] = \left| \begin{array}{cccccc} l_{11}^2 & m_{11}^2 & n_{11}^2 & 2m_{11}n_{11} & 2l_{11}n_{11} & 2l_{11}m_{11} \\ l_{21}^2 & m_{21}^2 & n_{21}^2 & 2m_{21}n_{21} & 2l_{21}n_{21} & 2l_{21}m_{21} \\ l_{31}^2 & m_{31}^2 & n_{31}^2 & 2m_{31}n_{31} & 2l_{31}n_{31} & 2l_{31}m_{31} \\ l_{11}l_{21} & m_{11}m_{21} & n_{11}n_{21} & (m_{11}n_{21} + n_{11}m_{21}) & (l_{11}n_{21} + n_{11}l_{21}) & (l_{11}m_{21} + m_{11}l_{21}) \\ l_{12}^2 & m_{12}^2 & n_{12}^2 & 2m_{12}n_{12} & 2l_{12}n_{12} & 2l_{12}m_{12} \\ l_{22}^2 & m_{22}^2 & n_{22}^2 & 2m_{22}n_{22} & 2l_{22}n_{22} & 2l_{22}m_{22} \\ l_{32}^2 & m_{32}^2 & n_{32}^2 & 2m_{32}n_{32} & 2l_{32}n_{32} & 2l_{32}m_{32} \\ l_{12}l_{21} & m_{12}m_{21} & n_{12}n_{21} & (m_{12}n_{21} + n_{12}m_{21}) & (l_{12}n_{21} + n_{12}l_{21}) & (l_{12}m_{21} + m_{12}l_{21}) \end{array} \right| \quad (3.68)$$

Le vecteur $\{b\}$ restant inchangé par rapport à précédemment, c'est à dire :

$$\{b\} = {}^T \left| \begin{array}{cccccc} \sigma_N & \sigma_E & \sigma_V & \tau_{NE} & \tau_{NV} & \tau_{EV} \end{array} \right| \quad (3.69)$$

Les équations 3.45, 3.46 et 3.47 utilisées dans le système de réduction par moindres carrés

deviennent :

$$[F]_{6,6}\{b\}_{6,1} = \{c\}_{6,1} \quad (3.70)$$

$$\text{où } \{c\}_{6,1} = {}^T[J]_{6,8}\{D\}_{8,1} \quad (3.71)$$

$$[F]_{6,6} = {}^T[J]_{6,8}[J]_{8,6} \quad (3.72)$$

Par la suite cette méthode de mesure sera appelée *Méthode RPR 2 Forages*.

De la même manière que pour les autres méthodes, on définit une variance, une erreur standard sur la régression et une erreur type sur les composantes de contrainte. Les équations utilisées sont respectivement les équations 3.48, 3.49 et 3.51. En revanche, le nombre d'équations disponibles pour la régression étant $M = 8$, le nombre de degrés de liberté devient $M - 6 = 2$. Cela a une influence directe sur la variance, ce qui se répercute par la suite sur les erreurs standards et les erreurs types.

CHAPITRE 4

Méthodologie

4.1 Modélisation numérique d'un massif rocheux élastique par différences finies

4.1.1 Objectifs de la modélisation numérique

L'utilisation du logiciel *Flac^{3D}* a pour but de modéliser un grand nombre de cas de chargement de massif rocheux hétérogènes en un temps minime, à bas coût et de permettre également la récupération de nombreuses données comportementales de ces massifs.

L'objectif de cette modélisation est de pouvoir générer des états de contraintes locaux en différents points du massif hétérogène. À partir de ces états de contraintes ou de déformations locaux, et fonction de la méthode de calcul utilisée, certaines de leurs composantes seront combinées par moindres carrés pour obtenir le tenseur 3D recherché, qui est comparé au tenseur moyen appliqué sur le modèle. Le traitement des données issues de la modélisation se fait grâce au logiciel *Excel* 2007 de la suite Microsoft Office (voir la section 4.2).

L'intérêt majeur de la modélisation numérique réside notamment dans la connaissance du tenseur moyen du massif modélisé. En pratique cette donnée n'est jamais connue puisque c'est la finalité de toute campagne de mesures de contrainte. La connaissance de l'état de contrainte permet ainsi d'étudier la qualité des méthodes d'interprétation dans le calcul des tenseurs.

4.1.2 Présentation succincte de *Flac^{3D}*

La modélisation numérique entreprise dans ce mémoire a été faite à l'aide du logiciel *Flac^{3D}*. Conçu par Itasca Consulting Group (voir Itasca, 2009f,e,c,a,d,b), le logiciel de calcul *Flac^{3D}* Version 4.0., pour *Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions*, est un programme tridimensionnel explicite de différences finies. L'une des forces de ce logiciel est sa capacité à utiliser des lois de comportement complexes non linéaires. Un autre point fort de ce logiciel de calcul est le langage de programmation explicite FISH qui permet à l'utilisateur de définir de nombreuses variables ou fonctions pour répondre aux besoins de la simulation. De plus, la création des matrices de rigidités n'étant pas nécessaire, les temps de calculs ainsi que les réserves de mémoires requises pour faire tourner un modèle, même complexe, restent raisonnables.

Dans *Flac^{3D}*, les éléments sont générés sous forme de grille tridimensionnelle d'éléments

polyédriques à huit noeuds. De cette manière, toutes sortes de formes et de maillages peuvent être générés. En chacun de ces noeuds, la méthode des différences finies transforme les dérivées du système d'équations représentant le problème à modéliser par une équation algébrique fonction des variables du problème. Ainsi les variables définissant le problème ne sont pas définies à l'intérieur de la grille tridimensionnelle (Itasca, 2009e).

L'équilibre numérique du modèle est atteint par $Flac^{3D}$ en résolvant les équations algébriques associées à chaque noeud au bout d'un certain nombre de cycles de calcul, correspondant à un pas de temps. À partir des forces et des contraintes appliquées au modèle, $Flac^{3D}$ utilise les équations du mouvement pour dériver les vitesses et les déplacements de chaque noeud. Puis il calcule les taux de déformation à partir de ces vitesses pour en déduire les nouvelles contraintes. À chaque cycle, les coordonnées des noeuds sont ainsi mises à jours. En réitérant le processus, le modèle atteint un état d'équilibre numérique censé refléter la réalité ainsi modélisée. Par cette procédure, la méthode de résolution de $Flac^{3D}$ se distingue des méthodes de calculs implicites car la mémoire requise n'est pas encombrée par la sauvegarde répétée de matrices de rigidité.

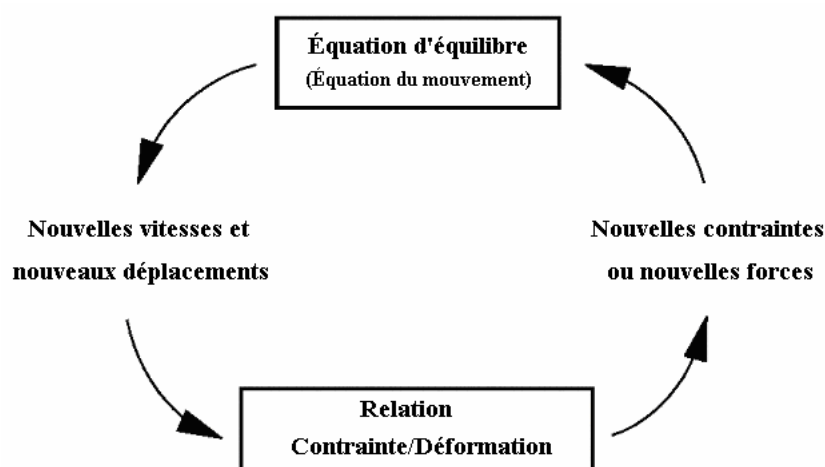


Figure 4.1 : Cycle de calcul explicite de $Flac^{3D}$, d'après Boivin, 2005, tiré de *Itasca Consulting Group*, 2001

Il est intéressant de noter que $Flac^{3D}$ n'est pas nécessairement le meilleur outil pour traiter les problèmes linéaires¹, tels que ceux qui seront définis pour la modélisation inhérente à ce projet. Le choix de ce logiciel réside cependant dans plusieurs facteurs :

- La qualité des résultats issus des modélisations numériques de $Flac^{3D}$ (même pour des modèles linéaires) ;
- La disponibilité du logiciel.

1. La résolution de problèmes linéaires prend un peu plus de temps que dans des logiciels d'éléments finis.

Hypothèses et choix principaux

Comme dans toute modélisation numérique, il est nécessaire d'énoncer des hypothèses de travail afin de faire des choix de modèles. Les simulations numériques effectuées reposent essentiellement sur deux hypothèses de modélisation :

- La roche a un comportement élastique et linéaire ;
- Un massif rocheux non fracturé peut se modéliser en profondeur par un cube chargé ayant une répartition des propriétés *aléatoire par bloc*.

Dans notre cas, l'hypothèse principale est dans le comportement de la roche. L'ensemble des matériaux utilisés dans le modèle numérique suit un comportement élastique. De plus, à aucun moment n'est simulé numériquement le forage d'un trou dans le matériau, forage qui entraîne une concentration de contraintes en fond de trou. En revanche, la "simulation virtuelle" de forages a été faite au moment de traiter les résultats numériques afin de reproduire la prise de mesure en fond de trou de forage (voir section 4.2).

La seconde hypothèse majeure de l'étude réside dans la simplification de la modélisation du massif rocheux. On suppose qu'un massif rocheux hétérogène et non fracturé peut se modéliser en profondeur par un cube chargé ayant une répartition des propriétés *aléatoire par bloc*. La géométrie de la grille est ainsi épurée au maximum afin de ne pas créer de zones singulières pouvant être mal interprétées lors de l'analyse des résultats. En reprenant le concept de *Representative Volume Element* énoncé par Cyrul (1983) et présenté à la section 2.2, le choix retenu quant à la répartition des propriétés a été de "découper" le cube en huit blocs de géométries identiques mais de propriétés différentes. Le système de référence utilisé dans le logiciel *Flac^{3D}* est le système cartésien (X, Y, Z) , différent du système de référence *NEV* utilisé lors de la réduction par moindres carrés (voir chapitre 3.5). Cette distinction a été prise en compte lors du traitement des données. Les figures 4.2 et 4.3 présentent le découpage en bloc de propriétés ainsi que le repère (X, Y, Z) . Dans ces figures, le système d'indexation utilisé *30%_2* permet de connaître la "gamme" de répartition des propriétés du modèle étudié ainsi que son numéro. Les figures représentent donc le deuxième modèle (*_2*) ayant une dispersion de ses propriétés autour de 30%.

Les nombreuses simulations ayant été faites ont pour différences entre elles deux aspects :

L'intensité des chargements Un cas de chargement est composé de trois composantes de contraintes principales σ_X , σ_Y et σ_Z appliquées suivant les faces du cube de normale X , Y et Z . Le tenseur de contraintes appliqué aux frontières représente le tenseur de contrainte moyen dans le massif rocheux. Ainsi, en utilisant la convention *NEV*, on

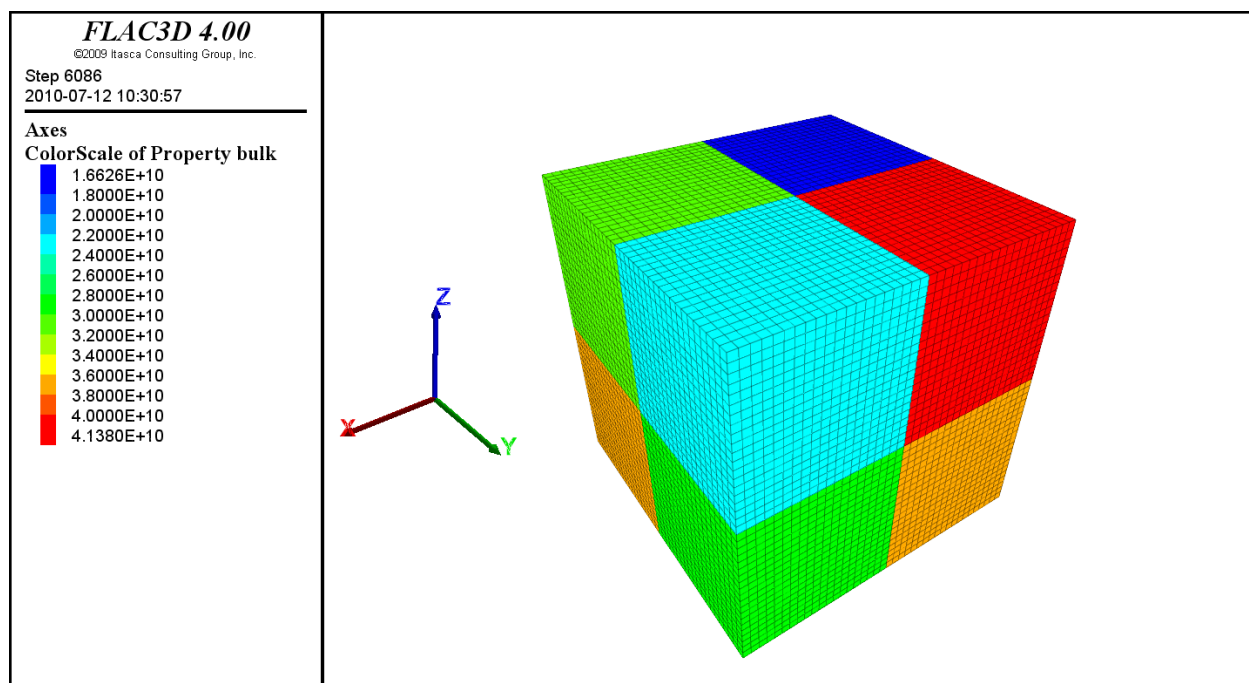


Figure 4.2 : Répartition des modules de compressibilité par bloc et repère (X, Y, Z) - Répartition des propriétés 30%_2

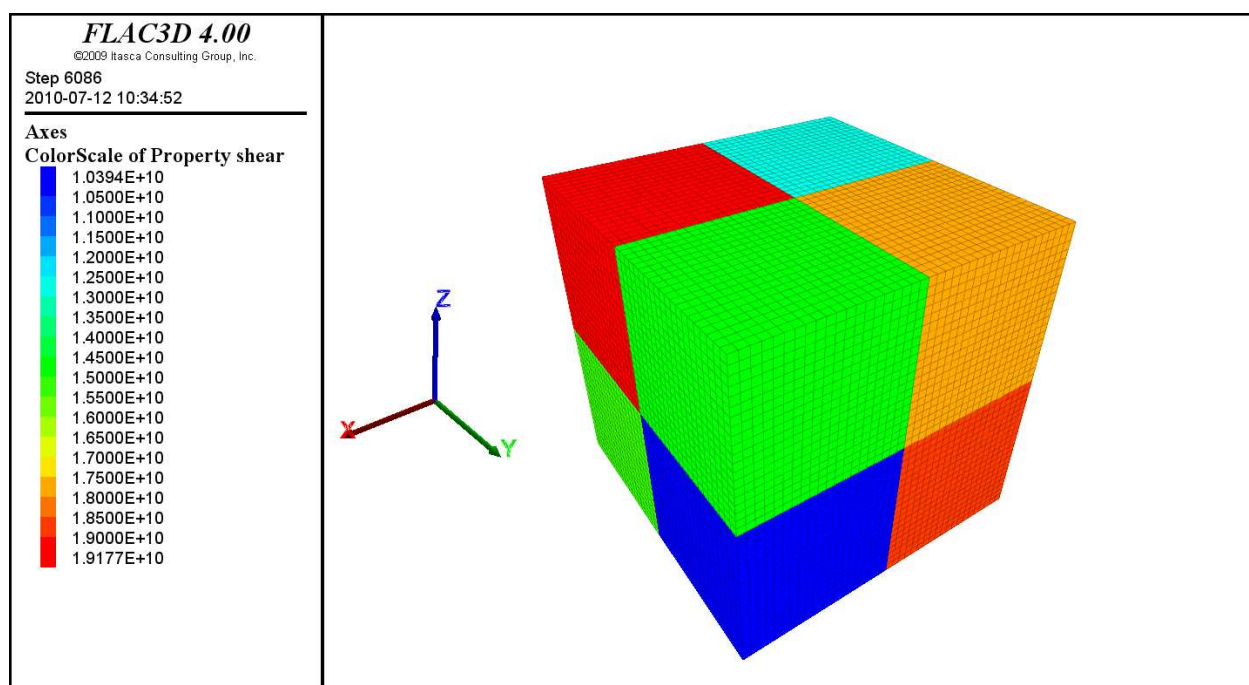


Figure 4.3 : Répartition des modules de cisaillement par bloc et repère (X, Y, Z) - Répartition des propriétés 30%_2

peut écrire l'égalité des contraintes suivantes :

$$\begin{vmatrix} \sigma_X & \sigma_Y & \sigma_Z & \tau_{XY} & \tau_{XZ} & \tau_{YZ} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_E & \sigma_N & \sigma_V & \tau_{NE} & \tau_{EV} & \tau_{NV} \end{vmatrix} \quad (4.1)$$

Tous les chargements ont été réalisés avec des contraintes de cisaillement nulles appliquées aux frontières du modèle. Par la suite, la notation $X50_Y30_Z10$ désignera un chargement en compression de 50 MPa suivant la direction X, de 30 MPa suivant la direction Y et de 10 MPa suivant la direction Z. Les figures 4.4, 4.5 et 4.6 présentent ce type de chargement pour une répartition des propriétés de 30%_2 (les propriétés des matériaux utilisés sont listées à l'annexe G).

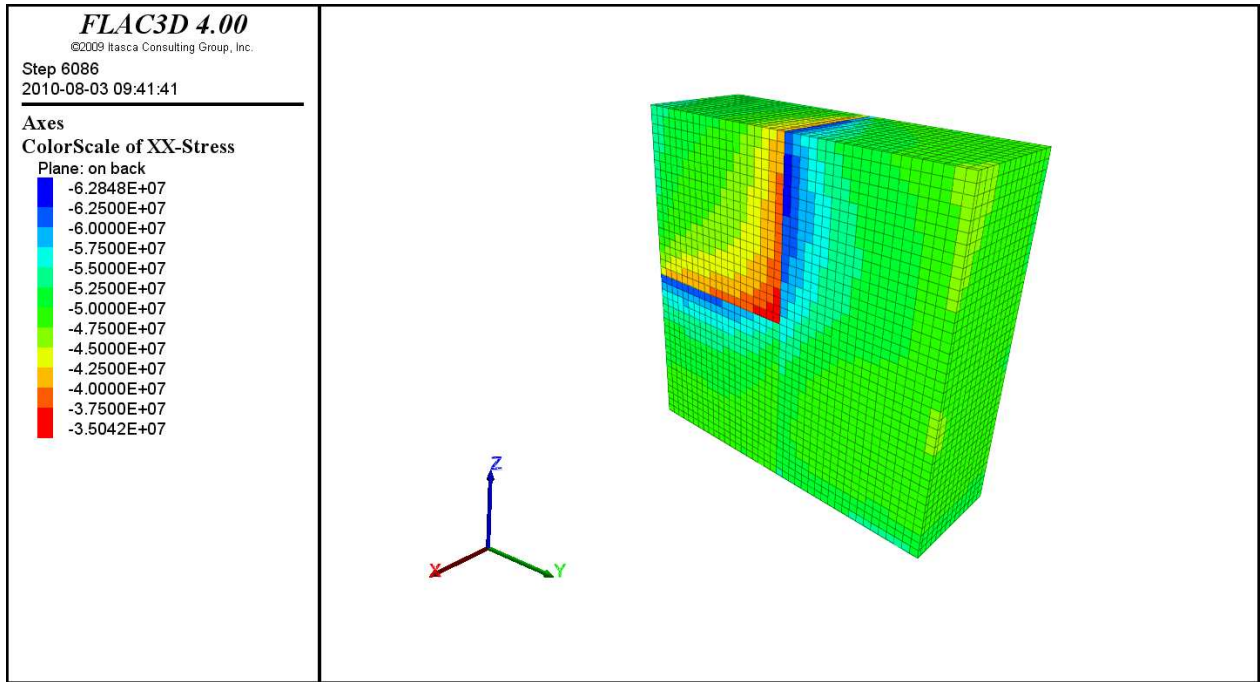


Figure 4.4 : Contrainte S_{xx} dans une coupe du modèle numérique - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

La répartition des propriétés des matériaux Chaque modèle a une répartition des propriétés lui étant propre. Chacun des huit blocs est composé d'un matériau suivant une loi de comportement de type élastique caractérisée par un couple de propriétés K et G (K étant le module de compressibilité du matériau, G étant son module de cisaillement). Les valeurs de K et de G sont issues de tirages effectués au sein d'une population suivant une loi de répartition normale de moyenne respectivement \bar{K} et \bar{G} et d'écart type variant entre 10% et 50%. Chacune des simulations sera par la suite caractérisée par la moyenne des dispersions observées de K et de G entre les huit blocs composant

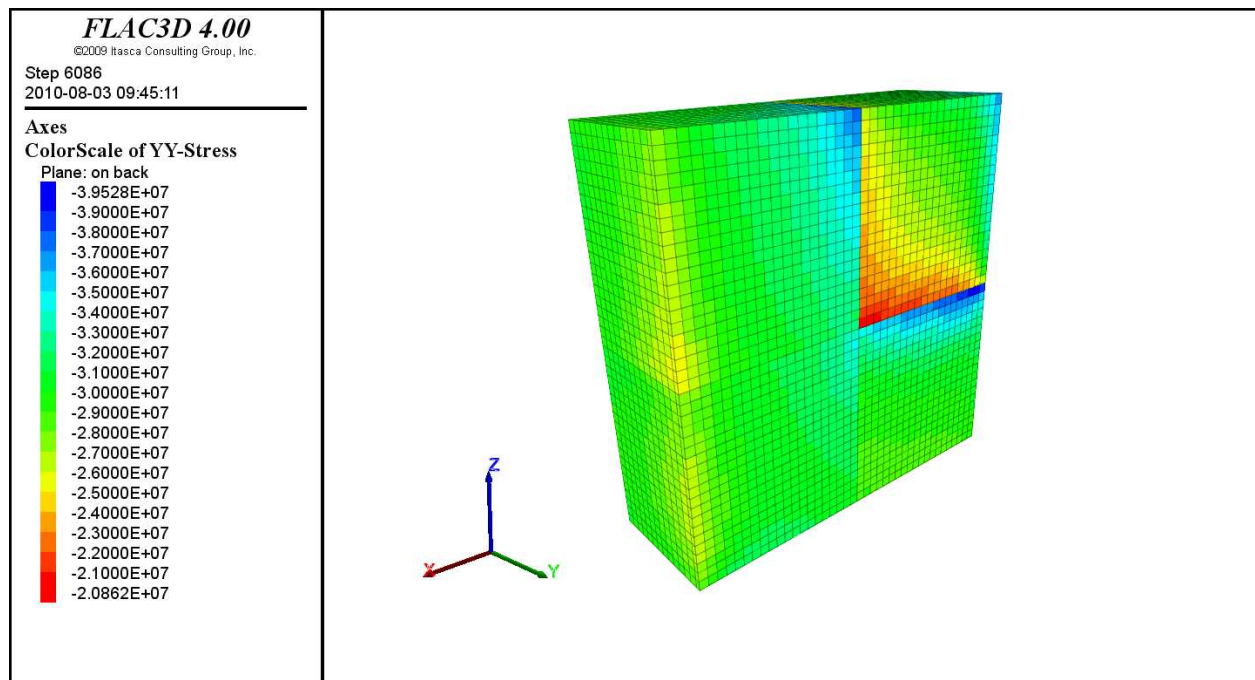


Figure 4.5 : Contrainte S_{yy} dans une coupe du modèle numérique - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

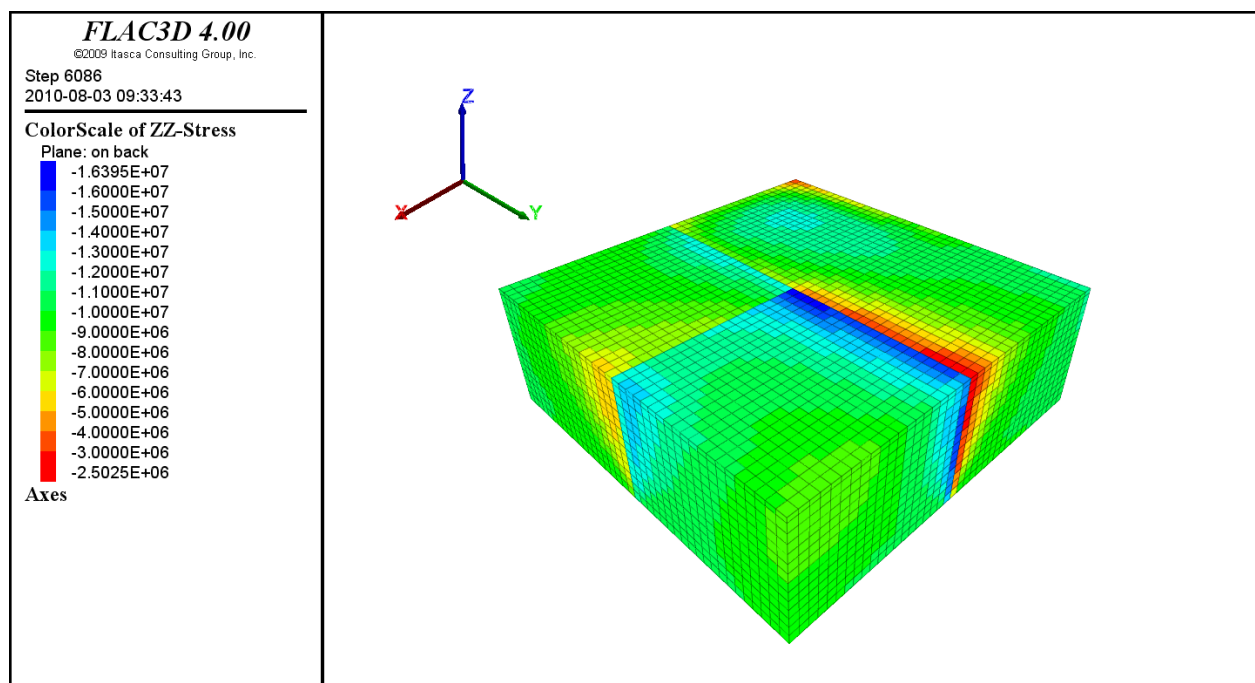


Figure 4.6 : Contrainte S_{zz} dans une coupe du modèle numérique - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

le cube. Par exemple un tirage de huit valeurs de K parmi une population suivant une loi de répartition normale de moyenne 30 GPa et de dispersion 20%, pourra avoir une moyenne observée de 28 GPa et une dispersion observée de 24%. Idem pour G qui malgré une moyenne exigée de 20 GPa et de dispersion 20% pourrait avoir une moyenne observée de 17 GPa et une dispersion observée de 23%. Le modèle sera par la suite caractérisé par une dispersion des propriétés mesurée de $\frac{23+24}{2} = 23,5\%$.

Le choix a été fait de travailler au départ avec *Flac^{3D}* en utilisant les modules de compressibilité (K) et les modules de cisaillement (G) au lieu d'utiliser les modules d'Young (E) et les coefficients de Poisson (ν). Des relations simples reliant ces coefficients permettent de passer rapidement de l'expression des propriétés sous forme de (K, G) à (E, ν) :

$$E = \frac{9KG}{3K + G} \quad (4.2)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + 2G)} \quad (4.3)$$

Les contraintes appliquées aux valeurs de K et de G avaient pour but de se rapprocher au mieux des propriétés des roches naturelles. Ainsi, lors des tirages des valeurs de K et de G sous *Excel*, les exigences suivantes ont été requises² :

$$\overline{K} = 30 \text{ } GPa$$

$$\overline{G} = 20 \text{ } GPa$$

$$\nu \in [0, 1; 0, 4999]$$

Densité du maillage et choix des points de mesures

Densité du maillage Des études préliminaires ont été menées à l'aide du logiciel *Flac^{3D}* dans le but d'affiner le maillage utilisé lors des études. Le modèle numérique testé est un cube de dix mètres de côté dont le maillage est constitué de 20 à 50 zones (où éléments) par direction principale. Plusieurs cas de chargement et de répartition des propriétés ont été testés afin d'étudier la convergence des valeurs de contraintes dans le modèle en fonction de la densité du maillage.

Le maillage contenant 40 subdivisions par direction principale a été choisi en raison de la bonne convergence des contraintes dans chaque zone ainsi que du temps de calcul relativement court³. Le modèle numérique utilisé pour les études a donc 64 000 zones.

2. En plus des exigences de dispersion par rapport à la moyenne.

3. Entre 17 et 26 minutes en fonction des cas de chargement et des répartitions des propriétés pour un processeur Intel Core 2 Duo cadencé à 2,40 GHz avec 2 Go de RAM

La procédure ainsi que certaines courbes ayant servi au choix de la densité du maillage sont présentées en annexe D.

Choix des points de mesures Les points de mesures correspondent aux centroïdes de chaque zone. Ils contiennent des informations telles que le tenseur tridimensionnel des contraintes présent dans la zone à laquelle ils appartiennent. Le massif rocheux hétérogène étant simulé par un cube possédant huit blocs de propriétés différentes, le choix a été fait de prélever les tenseurs des contraintes en huit points (i.e. en huit centroïdes) afin de procéder aux études, soit un par bloc. Pour rendre compte des variations spatiales du tenseur des contraintes dans le milieu hétérogène, ces points de prélèvement devaient se situer aux abords des zones de transition des propriétés. En effet, une prise de mesure sur les extrémités du modèle n'aurait eu que peu d'intérêt puisque ces zones étaient trop proches des frontières du modèle pour avoir un tenseur des contraintes significativement influencé par l'hétérogénéité simulée.

En s'appuyant notamment sur les courbes de contraintes en fonction des coordonnées présentes en annexe D, les huit points de prélèvement choisis forment les sommets d'un cube de $3,25\text{ m}$ de coté au centre du modèle. Les coordonnées de chacun de ces points sont répertoriés dans le tableau 4.1 (le point de coordonnées $(0, 0, 0)$ correspond à un des sommets du modèle numérique) :

Tableau 4.1 Coordonnées des huit points de mesures dans le modèle numérique

| Numéro du point de prélèvement | Coordonnées dans le repère (X, Y, Z) |
|-----------------------------------|---|
| 1 | (3.375,3.375,3.375) |
| 2 | (6.625,3.375,3.375) |
| 3 | (3.375,6.625,3.375) |
| 4 | (6.625,6.625,3.375) |
| 5 | (3.375,3.375,6.625) |
| 6 | (6.625,3.375,6.625) |
| 7 | (3.375,6.625,6.625) |
| 8 | (6.625,6.625,6.625) |

4.1.3 Estimation quantitative de la modélisation numérique

Tel que spécifié en début de ce chapitre, l'utilisation de l'outil numérique dans le cadre de l'étude a pour but de modéliser un grand nombre de cas de chargement de massifs rocheux hétérogènes en un temps minime, à bas coût, et de permettre la récupération de nombreuses données. Grâce à *Flac^{3D}*, 130 simulations numériques ont été menées sur 60 modèles nu-

mériques différents. Chaque modèle représente un cas de répartition contenant 8 couples de propriétés (K,G). Les simulations réalisées correspondent à :

- Trois cas de chargement différents sur les modèles : un chargement isotrope à 50 MPa, un chargement anisotrope à 50 MPa dans le plan (X,Y) et 20 MPa suivant Z et un cas de chargement anisotrope à 50 MPa suivant X, 30 MPa suivant Y et 10 MPa suivant Z (seulement pour les cas d'hétérogénéité compris entre 20% et 30%) ;
- 1040 prélèvements de données en fond de forage, équivalant à 1040 simulations de forages à raison de 8 forages par simulation numérique.

Seules dix simulations numériques ont été menées pour le cas de chargement anisotrope $X50_Y30_Z10$ afin de focaliser les études sur des modèles présentant un degré d'hétérogénéité compris entre 20% et 30%. La méthode d'interprétation de Gray et Toews a été appliquée à ces cas seulement pour le calcul du tenseur de contrainte. En effet, le traitement des données étant une tâche longue, la décision a été prise d'effectuer de nouvelles simulations pour certains degrés d'hétérogénéité seulement après avoir pris connaissance des premiers résultats issus des modélisations $X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$.

Ces données ont ensuite été traitées avec le tableur Excel 2007 pour pouvoir calculer les tenseurs de contrainte moyens obtenus par les différentes méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper⁴. En termes de calcul de tenseur de contraintes tridimensionnel, les résultats sont classés dans le tableau 4.2 en fonction de la méthode utilisée.

Les valeurs répertoriées dans ce tableau reflètent les choix en termes de traitement des données fait dans cette étude, mais ne correspondent pas forcément à l'optimisation du nombre de tenseurs pouvant être calculé à partir du nombre de prélèvements effectués.

On rappelle que :

- Trois forages sont nécessaires pour établir le tenseur complet des contraintes par les méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper Convergent, Divergent, RPR 3 Forages et Gray et Toews ;
- Deux forages sont nécessaires pour établir le tenseur complet des contraintes par la méthode d'interprétation des mesures au Doorstopper RPR 2 Forages.

Pour la méthode Convergente, l'obtention de chaque tenseur complet se fait directement par lecture des données issues de $Flac^{3D}$. Cependant, lors d'une campagne d'exploration, la détermination de chaque tenseur aurait nécessité trois forages. C'est pourquoi le nombre de forages nécessaire à l'obtention des 1040 tenseurs est trois fois supérieur. En revanche, pour les autres méthodes, la lecture directe des données de $Flac^{3D}$ ne suffit pas, il est nécessaire de combiner les données issues de plusieurs forages. Ainsi pour établir les 3120 tenseurs avec la méthode Divergente, il aurait fallu faire 1040 forages. Les valeurs dans la colonne *Équivalent*

4. Cette partie sera abordée à la section 4.2.

Tableau 4.2 Estimation du nombre de tenseurs de contrainte complets calculés à partir des 130 simulations numériques

| Méthode d'interprétation utilisée | Nombre de tenseurs calculés | Équivalent en nombre de forages lors d'une campagne d'exploration |
|-----------------------------------|-----------------------------|---|
| Doorstopper convergent | $130 \times 8 = 1040$ | $1040 \times 3 = 3120$ |
| Doorstopper divergent | $130 \times 24 = 3120$ | 1040 |
| RPR trois forages | $130 \times 24 = 3120$ | 1040 |
| RPR deux forages | $130 \times 48 = 6240$ | 1040 |
| Gray et Toews | $10 \times 24 = 240$ | 240 |

en nombre de forages lors d'une campagne d'exploration supposent que chaque forage peut être utilisé plus d'une fois dans des combinaisons de mesures. Par exemple, avec quatre forages en utilisant la méthode RPR 2 Forages, on peut établir six tenseurs de contraintes si on accepte d'utiliser plus d'une fois les données issues d'un forage. Sinon le nombre de tenseurs que l'on peut établir tombe à deux.

À titre indicatif, si chaque forage n'avait été utilisé qu'une seule fois dans des combinaisons de mesures, il en aurait fallu 35 040 pour établir les 13 740 tenseurs complets de contrainte calculés dans cette études.

4.2 Traitement des données

4.2.1 Utilisation du tableur *Excel* et mise en forme des données

Aux vues du nombre important de tenseurs calculé (13 740 en tout), il était nécessaire d'utiliser un outil puissant pour traiter les données tel que Excel⁵.

Les données en sorties de Flac sont exportées sous forme de fichier texte *.dat* à l'aide de macros codées dans le langage de programmation *FISH*. Ce type de fichiers étant exploitable par Excel, les données qu'il contient sont par la suite insérées dans un tableur spécialement conçu (voir annexe E).

La force de ce tableur est de pouvoir calculer un grand nombre de tenseurs de contrainte en combinant successivement les données d'entrées. Trois macros ont été développées sous Visual Basic⁶ pour simuler le traitement des données par chaque méthode d'interprétation. Le principe de fonctionnement de ces trois macros est relativement proche, leurs différences se situent essentiellement dans la prise en compte du nombre de données d'entrées pour établir le tenseur de contrainte suite à la réduction par les moindres carrés.

5. La version utilisée est la version *Excel 2007*.

6. Le langage de programmation disponible sous Excel.

Automatisation de la réduction des données par moindres carrés

L'automatisation de la réduction par moindres carrés de l'ensemble des données d'entrée doit se faire en effectuant un *patron de réduction*. Si on prend la méthode d'interprétation des mesures du Doorstopper divergent, trois forages sont nécessaires pour établir le tenseur de contrainte moyen. Les données d'entrée sont donc traitées par triplet (les données sont issues de trois centroïdes). Cela est la même chose pour la méthode d'interprétation au Doorstopper RPR 3 Forages (mis à part l'ajout d'informations données par la méthode RPR, c.f. chapitre 3.6). L'automatisation de la réduction consiste donc à prélever trois tenseurs parmi les données d'entrée, à définir l'orientation du forage ayant permis la récupération de ces données puis à effectuer la réduction par moindres carrés. En revanche, pour la méthode RPR 2 Forages, seuls deux forages sont nécessaires pour l'obtention du tenseur complet de contrainte. La macro associée à cette dernière méthode prend cela en compte en n'impliquant que deux tenseurs partiels dans la réduction par moindres carrés.

Dans notre étude, les forages sont "virtuels", c'est-à-dire qu'ils n'ont aucune existence au sein de la modélisation numérique. Ils permettent uniquement de simuler la récupération des données au fond de trous de forages en orientant les tenseurs partiels pour ensuite procéder à la réduction par moindres carrés (voir annexe F).

Pour ce faire, les données ont été traitées par plan. En admettant que la figure 4.7 représente une coupe du modèle numérique suivant le plan (X,Y) à l'ordonnée $Z = 3,375\text{ m}$ et $Z = 6,625\text{ m}$, les quatre points représentent les centroïdes prélevés numéro 1, 2, 3 et 4. La première compilation utilise les données issues des centroïdes 1, 2 et 4. La seconde 2, 4 et 3, ainsi de suite jusqu'à ce que toutes les permutations circulaires soient réalisées. Lorsque les quatre permutations sont faites, on passe aux centroïdes numéro 5, 6, 7 et 8 situés sur le plan (X,Y) à l'ordonnée $Z = 6,625\text{ m}$ et on répète l'opération. On obtient à nouveau quatre combinaisons possibles, soit un total de huit pour les centroïdes présents sur des mêmes plans (X,Y). La procédure est la même lorsque que l'on considère les centroïdes appartenant aux plan (X,Z) et (Y,Z). À terme on obtient 24 combinaisons de tenseurs des contraintes issus des huit centroïdes en entrée. Chacune de ces combinaisons est appelée *compilation* et est référencée par un numéro allant de 1 à 24.

Les patrons de forages sont définis en fonction du numéro de la compilation. À titre d'exemple, les compilations 1 à 4 utilisent les données des centroïdes 1, 2, 3 et 4 auxquels sont associés les forages répertoriés dans le tableau 4.3.

Il est important de remarquer que l'orientation des forages a une incidence sur la qualité des résultats. En effet, l'orientation de chaque forage a un impact direct sur les coefficients de la matrice des cosinus directeurs J (c.f. chapitre 3.5). Le patron de forage utilisé pour les études tient cependant compte des préconisations d'orientation des forages coplanaires

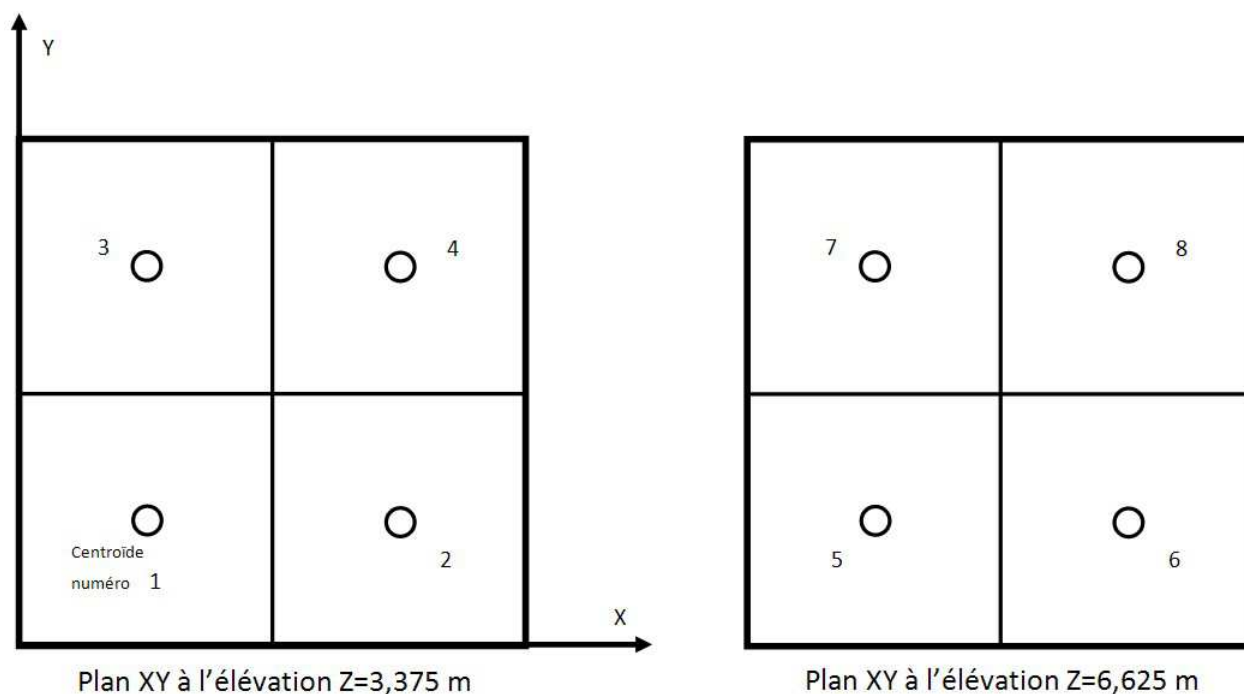


Figure 4.7 : Représentation des centroïdes sur le plan de coupe (X,Y) du modèle numérique.

énoncées par Gray et Toews (1967), c'est-à-dire un espacement de 45° entre chacun. Les patrons de forage ont été faits dans le but d'avoir une qualité des résultats identique entre chaque compilation.

4.2.2 Comparaison des résultats

Après chaque compilation exécutée par le tableur Excel pour le calcul du tenseur moyen de contraintes, les résultats sont conservés pour pouvoir être traités. Une fois les 120 simulations numériques traitées, les données sont "envoyées" dans un tableur permettant leur synthèse et leurs mises en graphique en fonction du degré d'hétérogénéité du modèle. Les différentes méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper ont été comparées en utilisant plusieurs critères :

- Utilisation des biais absolus et relatifs.
- Utilisation des erreurs standards sur la réduction par les moindres carrés.
- Utilisation des erreurs types sur les composantes de contraintes.

La comparaison des résultats se fait à partir des moyennes obtenues pour chaque modèle numérique. Pour mémoire, un modèle est défini par son degré d'hétérogénéité et l'intensité du chargement appliqué à ses frontières (voir section 4.1).

Tableau 4.3 Patron de forage pour les compilations 1 à 4

| Numéro de compilation | Numéro du centroïde | Direction du forage en ° | Plongée du forage en ° |
|-----------------------|---------------------|--------------------------|------------------------|
| 1 | 1 | 270° | 0° |
| | 2 | 270° | 45° |
| | 4 | 270° | 90° |
| 2 | 2 | 90° | 90° |
| | 4 | 90° | 45° |
| | 3 | 90° | 0° |
| 3 | 4 | 90° | 0° |
| | 3 | 90° | -45° |
| | 1 | 90° | -90° |
| 4 | 3 | 270° | -90° |
| | 1 | 270° | -45° |
| | 2 | 270° | 0° |

Utilisation des biais

Pour chaque compilation, le tenseur moyen de contrainte est comparé au tenseur moyen *vrai* appliqué aux frontières du massif⁷. Le calcul du biais par rapport au tenseur *in situ* prend en compte toutes les composantes de contraintes et permet ainsi le calcul de l'erreur relative de chaque composante par rapport à sa valeur *vraie*. Pour cela on utilise le vecteur biais sur la mesure des tenseurs de contraintes *in situ* (voir Boivin (2005), d'après Dyke *et al.* (1988)) :

$$\overrightarrow{Biais} = \Delta\sigma_x\vec{x} + \Delta\sigma_y\vec{y} + \Delta\sigma_z\vec{z} + 2\Delta\tau_{xy}\vec{z} + 2\Delta\tau_{xz}\vec{y} + 2\Delta\tau_{yz}\vec{x} \quad (4.4)$$

Où les composantes du vecteur sont les différences entre les composantes du tenseur de contrainte calculé avec le tenseur *vrai*. Dans notre étude, on s'intéressera plus particulièrement à la norme, ou magnitude, de ce vecteur dans le but de calculer le biais relatif :

$$\text{Biais absolu} = \sqrt{\Delta\sigma_x^2 + \Delta\sigma_y^2 + \Delta\sigma_z^2 + 2\Delta\tau_{xy}^2 + 2\Delta\tau_{xz}^2 + 2\Delta\tau_{yz}^2} \quad (4.5)$$

On définit ensuite le biais relatif, qui s'exprime en % et qui définit l'erreur en moyenne sur l'ensemble du tenseur de contrainte :

7. Le tenseur *vrai* est le tenseur appliqué aux frontières du modèle numérique.

$$\text{Biais}[\%] = \frac{\sqrt{\Delta\sigma_x^2 + \Delta\sigma_y^2 + \Delta\sigma_z^2 + 2\Delta\tau_{xy}^2 + 2\Delta\tau_{xz}^2 + 2\Delta\tau_{yz}^2}}{\sqrt{(\sigma_x \text{vraie})^2 + (\sigma_y \text{vraie})^2 + (\sigma_z \text{vraie})^2 + 2(\tau_{xy} \text{vraie})^2 + 2(\tau_{xz} \text{vraie})^2 + 2(\tau_{yz} \text{vraie})^2}} \quad (4.6)$$

Dans notre cas précis, aucun cisaillement n'est appliqué aux bornes du modèle Flac, l'équation 4.6 devient donc :

$$\text{Biais}[\%] = \frac{\sqrt{\Delta\sigma_x^2 + \Delta\sigma_y^2 + \Delta\sigma_z^2 + 2\Delta\tau_{xy}^2 + 2\Delta\tau_{xz}^2 + 2\Delta\tau_{yz}^2}}{\sqrt{(\sigma_x \text{vraie})^2 + (\sigma_y \text{vraie})^2 + (\sigma_z \text{vraie})^2}} \quad (4.7)$$

Utilisation des erreurs standards sur la réduction et erreurs types sur les composantes de contraintes

Les erreurs standards et les erreurs types, telles que définies à la section 3.5, permettent d'estimer la qualité des résultats obtenus par la compilation. Ces critères de comparaison permettent d'estimer de manière pratique les erreurs en moyennes sur le tenseur calculé.

Les erreurs standards reflètent la qualité de la régression par moindres carrés. Dans notre études, les erreurs engendrées par la régression ne dépendent que de la variabilité des propriétés des matériaux. En effet, puisque le calcul des tenseurs se fait à partir des contraintes issues de la modélisation de Flac, il n'y a pas d'erreurs engendrées par l'expérience lors de la prise des mesures en fond de trou⁸. Elles s'expriment dans les mêmes unités que les contraintes.

Les erreurs types sur les composantes de contraintes sont en plus influencées directement par l'orientation des forages et des erreurs que cela génère. Il a été vu à la section 3.5.3 que pour une distribution normale des écarts, les composantes de contraintes obtenues ont 68% de probabilité de se trouver à plus ou moins une erreur type des vraies valeurs de contrainte. Dans notre étude nous connaissons les contraintes *vraies* dans le massif puisqu'elles correspondent aux contraintes appliquées aux bornes du modèle numérique. Ainsi, il est possible d'apprécier la justesse des méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper en vérifiant si les contraintes *vraies* sont bien situées, pour 68% des cas, à une erreur type de la valeur calculée.

Gray et Toews (1974) proposent de comparer les erreurs types issues de méthodes d'interprétation en tenant compte du nombre de mesures nécessaire à l'obtention du tenseur de contrainte complet. Les erreurs types générées par chaque méthode d'interprétation sont donc *normalisées* en fonction du nombre de mesures nécessaire. Ils proposent ainsi de tenir compte du fait, qu'en général, le coefficient multiplicateur de l'erreur standard (i.e. $\sqrt{F_{ii}^{-1}}$)

8. Les erreurs pouvant être générées par un mauvais contact entre les jauges de déformation et le fond du trou ou encore par des bruits électriques lors du traitement du signal.

est inversement proportionnel à la racine carré du nombre de mesure. En multipliant les erreurs types calculées grâce à l'équation 3.51 par la racine carré du nombre de mesures, on en revient à comparer les résultats des erreurs types que l'on aurait obtenus en ne faisant qu'une seule mesure. Cela permet de comparer l'efficacité des méthodes d'interprétation ramenée à une seule prise de mesure.

Le nombre de mesures correspond au nombre d'équations disponibles pour le calcul du tenseur de contrainte complet. Si on revient à la mise en équation évoquée au chapitre 3.5, le système se pose comme suit :

$$\{D\} = [J]\{b\} \quad (4.8)$$

Avec $\{D\}$ vecteur des contraintes liées aux forages, $[J]$ matrice des cosinus directeurs des forages et $\{b\}$ vecteur des contraintes dans le repère NEV .

Le nombre de mesures est donc égal à la taille de $\{D\}$ (qui est aussi égale au nombre de lignes de $[J]$). La *normalisation* des erreurs types pour la comparaison des méthodes d'interprétation se fait en multipliant les erreurs types par les facteurs répertoriés dans le tableau 4.4.

Tableau 4.4 Coefficient multiplicatif des erreurs types pour la comparaison entre méthodes d'interprétation

| Méthode d'interprétation utilisée | Nombre de mesures | Coefficient multiplicateur de l'erreur type |
|-----------------------------------|-------------------|---|
| Doorstopper convergent | 9 | 3 |
| Doorstopper divergent | 9 | 3 |
| RPR trois forages | 12 | $2\sqrt{3}$ |
| RPR deux forages | 8 | $2\sqrt{2}$ |

CHAPITRE 5

Résultats, analyses et discussion

Dans ce qui suit, les résultats et les analyses en rapport avec les méthodes d'interprétation utilisant les tenseurs partiels de contrainte (à savoir les méthodes Convergente, Divergente, RPR 3 Forages et RPR 2 Forages) seront présentés avant ceux issus de la méthode d'interprétation de Gray et Toews, ce qui permet la comparaison de deux approches différentes dans le calcul du tenseur de contrainte.

Cette dernière méthode fera appel à trois forages divergents pour un degré d'hétérogénéité compris entre 20% et 30%. Les comparaisons avec les autres méthodes se feront avec les biais des tenseurs calculés par rapport au tenseur vrai ainsi que sur les orientations, les intensités et les dispersions des contraintes principales. Aucune comparaison ne sera menée au niveau des erreurs standards et des erreurs types pour la simple raison que les erreurs calculées pour la méthode de Gray et Toews sont relatives à des erreurs sur les déformations et non des erreurs sur les composantes de contraintes. Les erreurs sur les déformations pourraient être transformées en erreurs sur les contraintes mais on introduirait alors de nouvelles erreurs liées au choix des paramètres de déformabilité du matériau. Les erreurs que l'on utiliserait pour la comparaison avec les autres méthodes ne tiendraient donc pas uniquement compte de la qualité de la régression par moindres carrés.

5.1 Validation de la *chaîne* de calcul

Lors de l'utilisation de la modélisation numérique sous Flac, les modèles créés doivent être vérifiés à l'aide de modèles *témoins*. Les résultats de ces modèles témoins doivent être facilement vérifiables, sans forcément utiliser la modélisation numérique. Ce n'est qu'une fois la vérification de ces modèles numériques faite que l'on peut prétendre exploiter les résultats obtenus lors des modélisations ultérieures.

Pour chaque cas de chargement, des modèles numériques homogènes ont été étudiés dans le but d'*étalonner* les résultats des modèles hétérogènes. Sachant que dans un modèle aux propriétés homogènes les contraintes appliquées aux bornes sont censées se retrouver uniformément réparties dans la masse, on peut facilement mettre en évidence toutes déviations importantes des contraintes par rapport au tenseur appliqué.

Ainsi, le modèle homogène¹ a été soumis à trois cas de chargement différents :

1. Les propriétés de la roche des modèles homogènes sont : $K = 30 \text{ GPa}$ et $G = 20 \text{ GPa}$.

- $X50_Y50_Z50$
- $X50_Y50_Z20$
- $X50_Y30_Z10$

Dans chacun des cas de chargement étudié et pour chaque indicateur, les résultats montrent une erreur très faible liée à la modélisation numérique et au traitement des données sous Excel. Cela se traduit au niveau des différents indicateurs par :

- Un biais relatif du tenseur calculé de l'ordre du centième de pourcent.
- Une erreur standard sur la réduction et une erreur type sur les composantes de contraintes de l'ordre du dixième de pourcent des chargements imposés.

Les résultats obtenus valident les modèles numériques utilisés et permettent la poursuite des études ainsi que l'exploitation des résultats qui en découlent.

5.2 Biais relatifs

Les biais relatifs sont des indicateurs de la qualité des résultats des tenseurs obtenus. Plus le biais est faible, plus le tenseur calculé se rapproche du tenseur appliqué aux frontières, qui est aussi le tenseur moyen. Les valeurs des biais par rapport au tenseur moyen oscillent entre 1% et 25%, tous résultats confondus.

5.2.1 Biais pour les méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte

Les cas de chargement $X50_Y50_Z50$, $X50_Y50_Z20$ et $X50_Y30_Z10$ sont respectivement mis en graphiques aux figures 5.1, 5.2 et 5.3. Pour le dernier cas de chargement, les simulations n'ont été menées que pour un degré d'hétérogénéité autour de 30%.

Les résultats des compilations sur l'ensemble des modélisations (chargement isotrope ou non) démontrent une plus grande précision dans le calcul du tenseur des contraintes pour les méthodes RPR (RPR 3 Forages, suivi de RPR 2 Forages) que pour les autres méthodes. Les méthodes d'interprétation Convergente et méthode Divergente donnent des résultats très proches pour les cas où l'hétérogénéité est faible (i.e. inférieure à 30%), puis se dispersent un peu plus autour de leur moyenne. En termes de biais, la différence entre ces deux dernières méthodes sur toute la plage d'hétérogénéité n'est pas statistiquement significative pour le cas de chargement isotrope (voir tableaux 5.3 et 5.4).

Ces résultats confirment ce que certains chercheurs dans le domaine pressentaient, à savoir que l'augmentation d'informations prélevées sur le terrain permet une meilleure précision dans le calcul du tenseur moyen des contraintes dans le milieu. Cela est en accord avec le fait qu'en augmentant la taille de l'échantillon, on améliore la qualité des estimateurs. Cette conclusion est bien mise en lumière par le fait que les résultats des biais issus de la méthode

d'interprétation RPR 3 Forages (ayant 6 degrés de liberté dans son système d'équations, c.f. section 3.6.3) sont de meilleure qualité que ceux issus de la méthode RPR 2 Forages (ayant 2 degré de liberté).

Cependant le nombre de degrés de liberté du système d'équations ne peut pas expliquer la différence entre les résultats issus de la méthode RPR 2 Forages et ceux issus des méthodes Convergente et Divergente. En effet, si on regarde la moyenne des résultats² des biais, la méthode RPR 2 Forages est plus performante que les méthodes convergente et divergente du Doorstopper, malgré un nombre de degrés de liberté plus faible³.

La différence de qualité entre les résultats issus des méthodes RPR et ceux issus des méthodes plus traditionnelles peut être expliquée par la meilleure qualité des estimations des tenseurs de contrainte locaux pour les méthodes RPR. En effet, les contraintes partielles en fond de trou de forages ($\bar{\sigma}_x$ et $\bar{\sigma}_y$) sont fonction de la contrainte parallèle à l'axe du forage σ_z . Pour les méthodes de mesures traditionnelles, cette composante de contrainte n'est pas connue et elle est estimée en faisant des mesures dans des forages supplémentaires. Si dans ces forages l'état de contrainte est très différent de celui qui règne au fond du premier forage, σ_z est mal estimé, et donc les contraintes au fond du trou le sont également (elles sont soit surestimées, soit sous-estimées). En milieu hétérogène (i.e. dans un milieu ayant des gradients de contraintes), cela influence le calcul de l'état de contrainte moyen et donc les biais relatifs par rapport au tenseur appliqué ainsi que la dispersion des résultats. Ce problème ne se pose pas lorsque l'état de contrainte dans le milieu est homogène. Avec la méthode RPR, les contraintes en fond de trou de forage ne sont pas estimées en faisant appel à des mesures dans des forages supplémentaires, étant donné que la contrainte σ_z parallèle au forage est calculée indépendamment.

En revanche, la dispersion de certains résultats issus de la méthode RPR 2 Forages est due au fait que cette méthode accorde plus d'importance aux valeurs extrêmes dans sa réduction par moindres carrés lorsque le degré d'hétérogénéité est important. Individuellement, les résultats seront plus sensibles à la variabilité des propriétés du massif, mais en moyenne ils présenteront un biais plus faible par rapport au tenseur moyen. Cela est dû au fait que pour une détermination de tenseur donnée, l'incertitude sur les mesures est supérieure (voir section 5.3 et 5.4). En effet, si les deux prélèvements de contraintes se font dans une partie du massif dont les propriétés s'écartent significativement des propriétés moyennes de la masse, le biais obtenu par rapport au tenseur moyen sera grand. Mais en réitérant ce processus plusieurs fois et en faisant la moyenne des résultats, on obtiendrait un tenseur calculé relativement proche du tenseur moyen.

2. Les résultats présentés sont issus des moyennes des résultats de l'ensemble des compilations par degré d'hétérogénéité et par cas de chargement.

3. Pour le RPR 2 Forages le degré de liberté est de 2 alors que pour les deux autres il est de 3.

Les méthodes utilisant trois forages ont ainsi l'avantage de *modérer* l'importance des valeurs extrêmes des propriétés. En effet, la taille de l'échantillon de mesure étant plus grande, il est moins probable d'avoir trois zones de prélèvement de contraintes aux propriétés s'écartant de la moyenne que deux. Les résultats moyens des méthodes Convergente et Divergente donnent une valeur plus éloignée du tenseur vrai que la méthode RPR 2 Forages. Toutefois, il faut regarder l'intervalle de confiance des résultats de cette dernière méthode pour pouvoir apprécier sa pertinence vis-à-vis des deux autres.

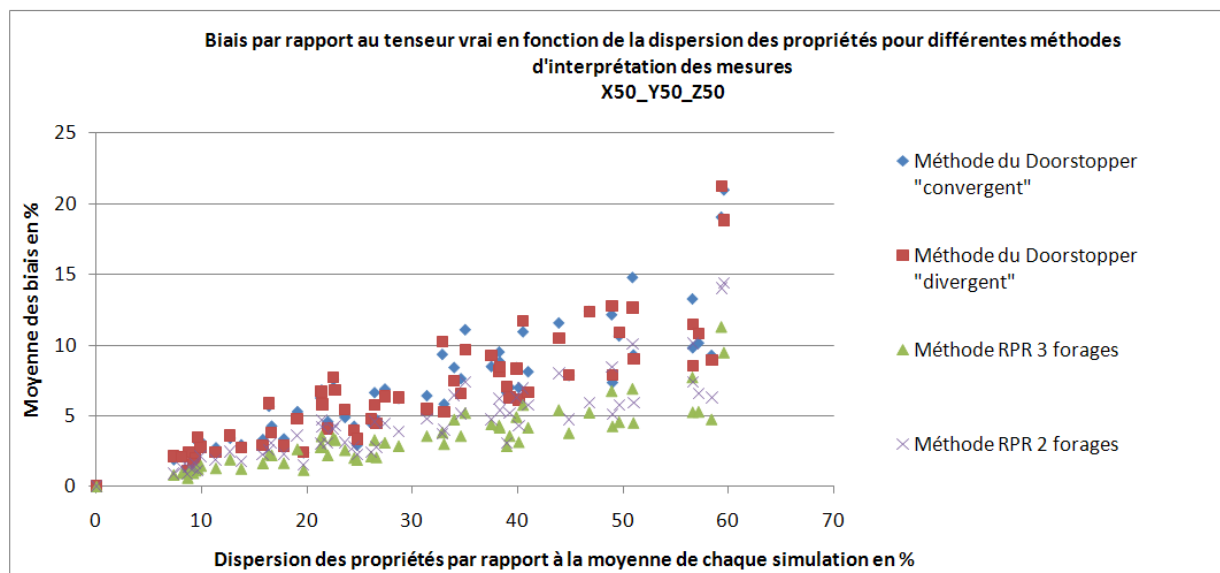


Figure 5.1 : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z50

Pour chacune des méthodes, il est possible d'établir une relation linéaire entre les moyennes des biais calculés et la dispersion des propriétés dans le modèle. Les résultats sont relativement regroupés autour de cette droite pour des dispersions de propriétés inférieures à 40%, après cette valeur les résultats sont un peu plus dispersés. Les équations linéaires ainsi que leurs coefficients de corrélation pour les cas de chargement X50_Y50_Z50 et X50_Y50_Z20 sont répertoriés dans les tableaux 5.1 et 5.2, où y représente le biais en % et x représente la dispersion des propriétés en % également. Sachant que pour les modèles homogènes les biais sont quasiment nuls, les ordonnées des droites de régression ont été artificiellement imposées à zéro à l'origine. Les régressions n'ont pas été faites pour le cas de chargement X50_Y30_Z10 car il ne présente que 10 cas d'hétérogénéité différente, contre 60 pour les deux autres. Établir une relation linéaire pour la même plage de degrés d'hétérogénéité que pour les autres chargements n'est donc pas pertinent.

Les valeurs élevées du coefficient de corrélation permettent de dire que les régressions

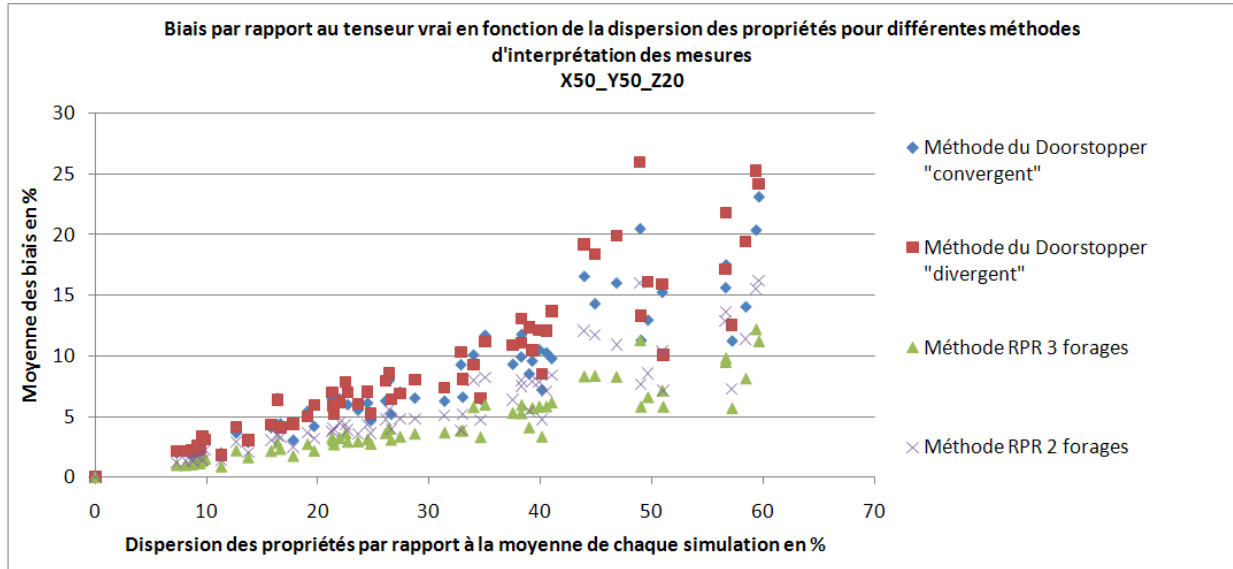


Figure 5.2 : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z20

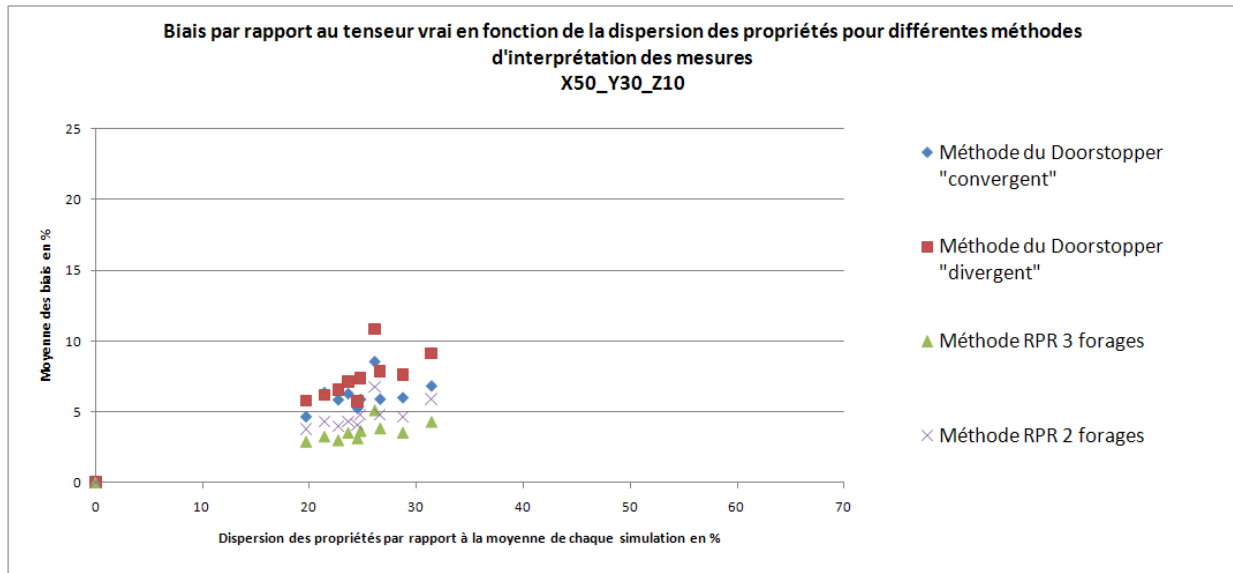


Figure 5.3 : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y30_Z10

linéaires sont pertinentes entre ces deux variables. Entre les deux cas de chargement, celui anisotrope présente les coefficients de corrélation les plus proches de l'unité pour les droites de régression linéaires, et ce pour les quatre méthodes d'interprétation. De manière générale dans notre étude et pour chaque méthode d'interprétation, les biais des tenseurs calculés par

Tableau 5.1 Équation des droites de régression entre les biais et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$

| Méthode d'interprétation utilisée | Équation linéaire $y=ax$ | Coefficient de corrélation R^2 |
|-----------------------------------|--------------------------|----------------------------------|
| Doorstopper convergent | $y = 0,2288x$ | 0,7597 |
| Doorstopper divergent | $y = 0,2205x$ | 0,7341 |
| RPR trois forages | $y = 0,1146x$ | 0,7645 |
| RPR deux forages | $y = 0,1503x$ | 0,7322 |

Tableau 5.2 Équation des droites de régressions entre les biais et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$

| Méthode d'interprétation utilisée | Équation linéaire $y=ax$ | Coefficient de corrélation R^2 |
|-----------------------------------|--------------------------|----------------------------------|
| Doorstopper convergent | $y = 0,2763x$ | 0,8275 |
| Doorstopper divergent | $y = 0,3205x$ | 0,8166 |
| RPR trois forages | $y = 0,1484x$ | 0,8304 |
| RPR deux forages | $y = 0,2006x$ | 0,8043 |

rapport au tenseur vrai augmentent avec le degré d'hétérogénéité du massif.

Les différences de résultats des biais relatifs entre les méthodes d'interprétation sont statistiquement significatives, sauf pour les méthodes Convergente et Divergente dans le cas de chargement isotrope (voir tableaux 5.3 et 5.4).

Pour montrer cela, on procède à un test statistique en supposant les coefficients directeurs des droites de régression appartenant aux résultats de deux méthodes d'interprétation égaux (hypothèse H_0). Si cette hypothèse est mise en défaut, la différence entre les valeurs des coefficients est statistiquement significative et donc la différence est expliquée par l'utilisation de méthodes d'interprétation différentes. On calcule donc l'erreur standard de la régression sur le coefficient directeur de chaque droite (S_{b_i} pour la droite i) et on forme l'erreur standard sur la différence entre les deux pentes i et j , $S_{b_i-b_j}$, tel que :

$$S_{b_i-b_j} = \sqrt{S_{b_i}^2 + S_{b_j}^2} \quad (5.1)$$

Puis on forme la statistique de test t tel que :

$$t = \frac{b_i - b_j}{S_{b_i-b_j}} \quad (5.2)$$

Si t est supérieur à la valeur T de la table de Student pour un degré de liberté N , alors

l'hypothèse H_0 est rejetée et la différence entre les droites de régression est significative. On peut en conclure que la méthode de mesure influence le résultat des biais.

Tableau 5.3 Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des biais pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$

| Méthode d'interprétation comparées | t calculé en valeur absolue | T de la table de Student | Rejet de H_0 |
|------------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| Convergente | 0,7618 | 1,9799 | NON |
| Divergente | | | |
| Convergente | 13,5000 | 1,9799 | OUI |
| RPR 3 Forages | | | |
| Convergente | 8,3566 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |
| Divergente | 12,1810 | 1,9799 | OUI |
| RPR 3 Forages | | | |
| Divergente | 7,3099 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |
| RPR 3 Forages | 5,2414 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |

Les résultats des chargements $X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$, malgré des courbes de tendance linéaire semblables, mettent en évidence une moins grande précision dans le calcul du tenseur complet de contrainte avec l'augmentation du degré d'anisotropie de chargement. Cependant, les modèles homogènes soumis à des chargements différents ne montrent pas de grandes différences dans les résultats. Les biais sont donc essentiellement influencés par l'anisotropie de chargement lorsque le milieu est hétérogène. L'hétérogénéité semble amplifier les erreurs de calcul lorsque les contraintes appliquées aux modèles ne sont pas isotropes. D'après les tests statiques menés, l'anisotropie de chargement influence de manière significative les résultats de biais de chaque méthode d'interprétation. Les résultats des tests sont présentés dans le tableau 5.5, le degré de liberté est $N = 61 + 61 - 2 = 120$ (on impose l'ordonnée à l'origine nulle dans les régressions linéaires) et la probabilité associée à la loi bilatérale T de Student est 0,05.

Lorsqu'un élément est chargé uniaxialement, il existe une corrélation positive entre le module d'Young du matériau et ses contraintes axiales et une corrélation négative entre le module d'Young et ses déformations axiales (d'après des études issues de Leite *et al.* (2010) portant sur la répartition des contraintes et des déformations sur la paroi interne d'un mince cylindre de roche hétérogène chargé uniaxialement). Pour un chargement donné sur le modèle hétérogène, les éléments les plus rigides vont avoir des contraintes plus élevées et des

Tableau 5.4 Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des biais pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$

| Méthode d'interprétation comparées | t calculé en valeur absolue | T de la table de Student | Rejet de H_0 |
|------------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| Convergente | 3,4288 | 1,9799 | OUI |
| Divergente | | | |
| Convergente | 14,0033 | 1,9799 | OUI |
| RPR 3 Forages | | | |
| Convergente | 7,3176 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |
| Divergente | 15,6424 | 1,9799 | OUI |
| RPR 3 Forages | | | |
| Divergente | 9,9697 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |
| RPR 3 Forages | 6,6333 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |

déformations plus faibles, et inversement pour les éléments plus flexibles. En fonction de la répartition de ces éléments et de l'orientation du chargement, les déformations de chaque matériau ne se feront pas dans les mêmes directions et le champ de contraintes local sera modifié. D'après Leite *et al.* (2010), on peut expliquer cela par l'anisotropie de rigidité des éléments constituant le modèle numérique. En effet, la rigidité des éléments est une combinaison de leur géométrie, de leur déformabilité ainsi que de celles des éléments qui les entourent. En fonction du chargement qui est imposé aux frontières du modèle, les éléments ne réagiront pas de la même manière en fonction de la direction, l'état de contrainte dans ces derniers sera donc différent. Dans notre étude, les biais sont plus élevés lorsque le degré d'anisotropie est plus élevé car les écarts de contrainte entre chaque point de mesure augmentent. En effet, la rotation d'un chargement anisotrope aux frontières du modèle hétérogène n'implique pas la rotation des contraintes dans le même sens au sein du modèle.

Tableau 5.5 Traitement statistique de la différence induite par l'anisotropie de chargement ($X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$) sur les coefficients directeurs des droites de régression des biais pour chaque méthode d'interprétation

| Méthode d'interprétation comparée | t calculé en valeur absolue | T de la table de Student | Rejet de H_0 |
|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| Doorstopper convergent | 4,3227 | 1,9799 | OUI |
| Doorstopper divergent | 7,8408 | 1,9799 | OUI |
| RPR trois forages | 5,8020 | 1,9799 | OUI |
| RPR deux forages | 5,8321 | 1,9799 | OUI |

5.2.2 Biais pour la méthode Gray et Toews

Le calcul des biais par rapport au tenseur vrai s'effectue de la même manière que pour les autres méthodes (voir la sous-section 4.2.2). Les résultats sont mis en graphiques aux figures 5.4, 5.5 et 5.6.

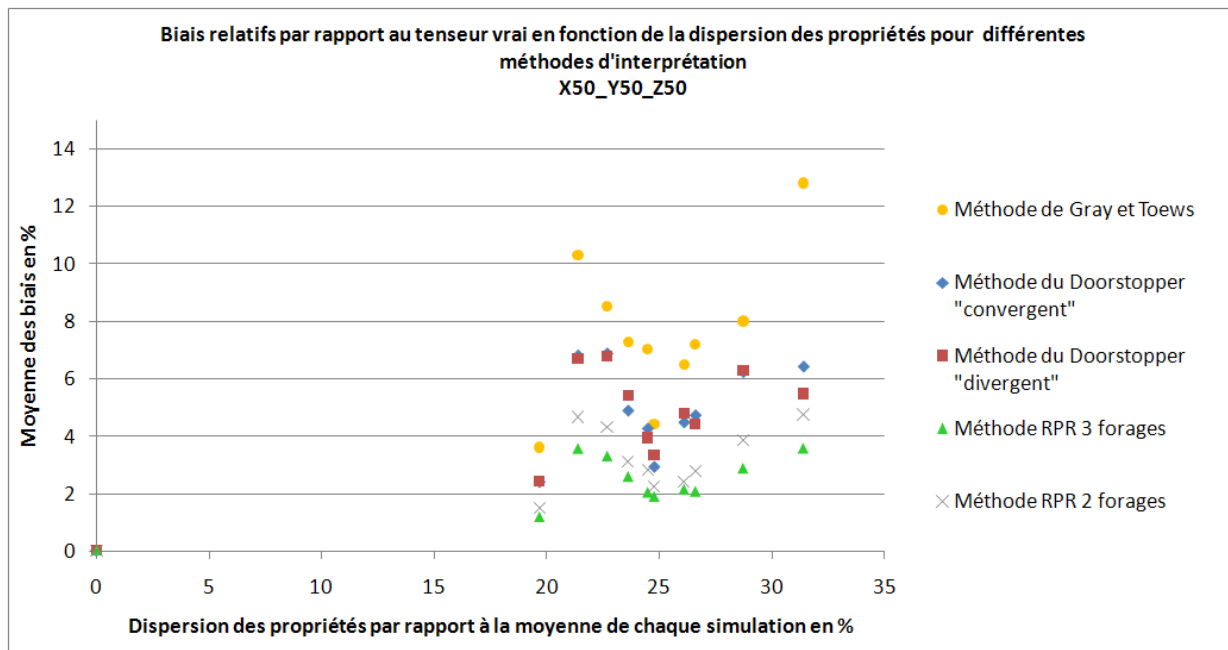


Figure 5.4 : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$ - Méthode de Gray et Toews

Dans les trois cas de chargement étudiés, les résultats des biais relatifs pour la méthode de Gray et Toews sont significativement supérieurs à ceux des autres méthodes. Cela est d'autant plus marqué que l'anisotropie de chargement augmente.

En se référant aux figures 5.4 à 5.6, on peut observer une tendance des biais à diminuer

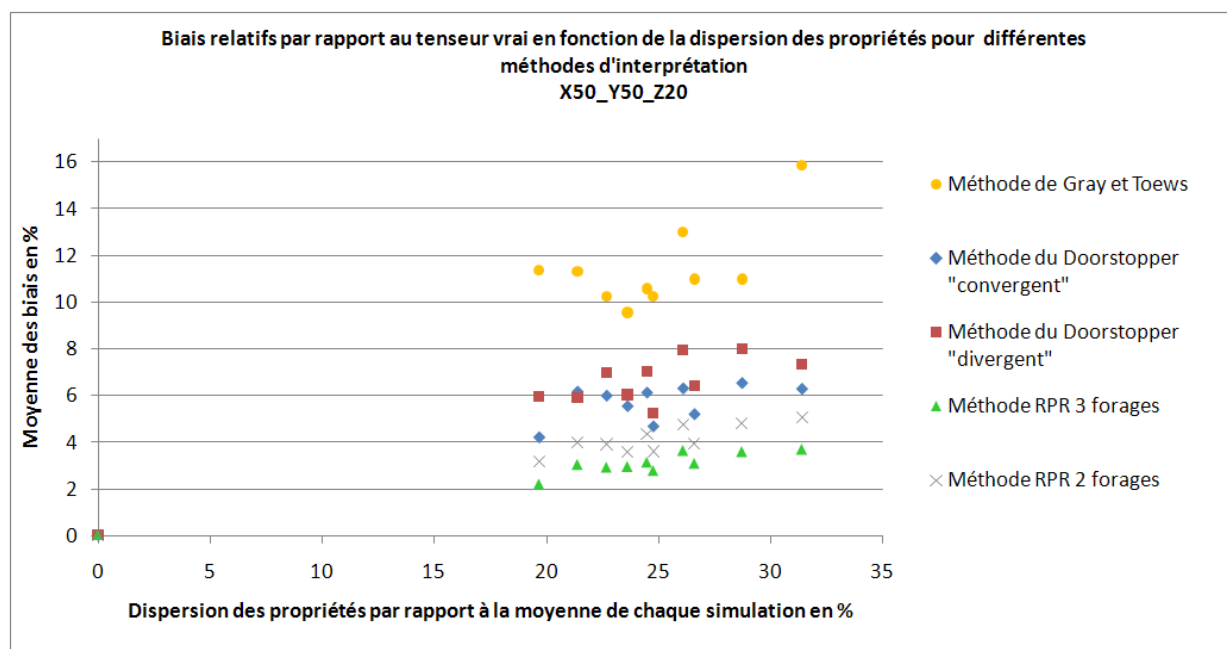


Figure 5.5 : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z20 - Méthode de Gray et Toews

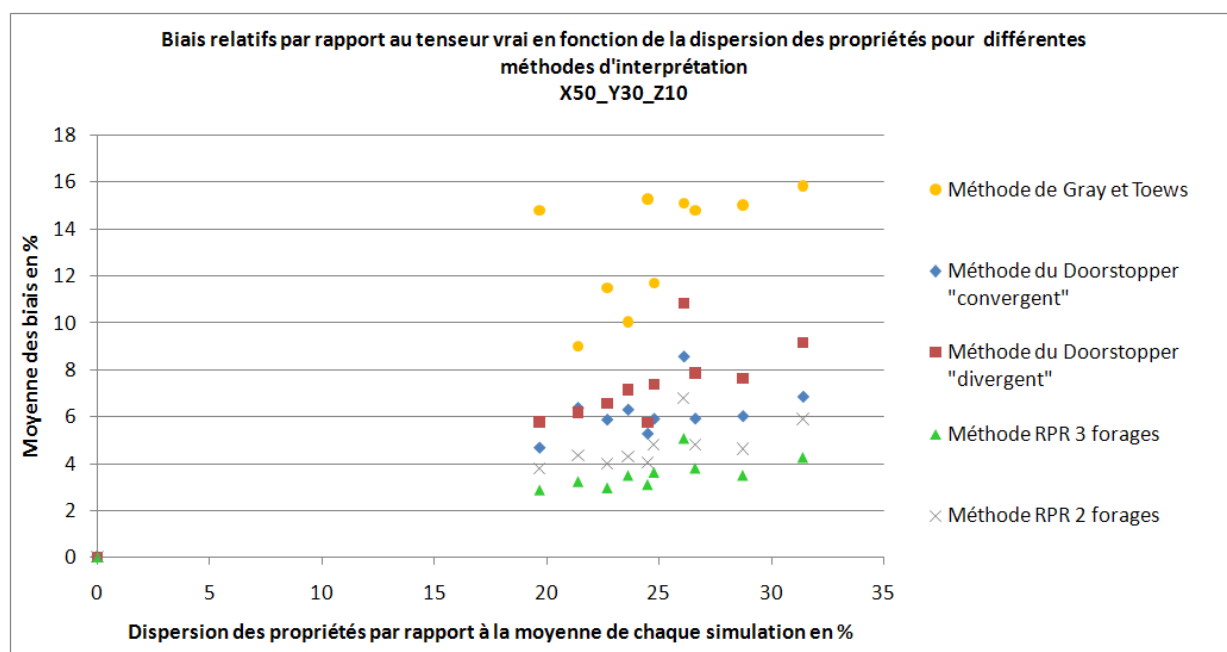


Figure 5.6 : Biais par rapport au tenseur moyen en % en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y30_Z10 - Méthode de Gray et Toews

localement pour le cas de chargement isotrope autour du degré d'hétérogénéité de 25%. Cette diminution locale est bien moins marquée lorsque l'anisotropie de chargement augmente. Les concentrations de contraintes au niveau des surfaces de contacts des matériaux seront différentes selon que leur rigidité est significativement différente ou semblable. En reprenant l'explication fournie à la section 5.2.1, on peut dire que la répartition des matériaux a un impact sur le calcul du tenseur, surtout si la prise de mesure se fait à cet endroit. Si on se focalise sur le modèle numérique présentant un degré d'hétérogénéité de 24,76% (modèle référencé par *Property_K30_G20_Disp_30%-2-5* en annexe G), on remarque que le relâchement de contrainte de chargement dans la direction Z a pour impact de faire augmenter le biais de manière plus importante que pour les modèles d'hétérogénéité semblable. Cela signifie que l'anisotropie de chargement augmente dans ce modèle la différence des contraintes régnant dans chaque bloc. Cette augmentation peut être expliquée par la valeur localement importante du gradient de déformabilité des matériaux constituant les blocs 2 et 6 suivant la direction Z . Ces deux blocs sont ceux qui ont les propriétés les plus différentes tout en partageant une frontière commune. Les couples $(K;G)$ des blocs 2 et 6 sont respectivement $(30,8;23,5)$ et $(51,5;16,0)$, en GPa. Le bloc 6 est constitué d'un matériau moins rigide ayant un coefficient de poisson élevé ($E_2 = 56 \text{ GPa}$ et $\nu_2 = 0,16$, contre $E_6 = 43 \text{ GPa}$ et $\nu_6 = 0,32$). La diminution de σ_Z dans le cas de chargement X50_Y50_Z20 (qui peut être vu comme un chargement uniaxial avec un confinement de 50 MPa dans le plan (X,Y)) permet donc au bloc 6 de plus se déformer dans la direction Z que lors du cas de chargement X50_Y50_Z50. Cela entraîne une plus grande différence dans la répartition de contraintes entre ces deux blocs, ce qui se traduit par une augmentation des biais moyens sur le tenseur calculé. Le modèle étant en trois dimensions, le comportement des autres blocs influence également le comportement des blocs 2 et 6, mais le modèle est également influencé par le comportement de ces deux blocs.

Si l'on compare les résultats de Gray et Toews avec la méthode d'interprétation s'en rapprochant le plus (i.e. la méthode Divergente dans notre situation), on remarque que les biais relatifs sont de une fois et demie à deux fois supérieurs. Or, parmi les méthodes étudiées dans ce mémoire, la méthode divergente fait partie de celles engendrant le plus de biais dans le calcul du tenseur final (voir la section 5.2). On en déduit que la méthode d'interprétation de Gray et Toews est de ce fait la moins précise dans le calcul des tenseurs de contrainte en massif hétérogène. Les plus grosses erreurs sur le tenseur final se produisent au niveau de la transformation du tenseur complet des déformations au tenseur complet des contraintes. En effet, les paramètres de déformabilité utilisés pour le passage des déformations aux contraintes sont les moyennes des paramètres associés à chaque trou de forage, ils ne correspondent donc à aucun matériau présent dans le modèle. Lorsque le milieu est fortement hétérogène, le

tenseur de contrainte obtenu est sensiblement différent du tenseur *in situ* (i.e. du tenseur vrai imposé dans les modèles).

5.3 Erreurs standards

Les erreurs standards sur la régression sont uniquement calculées pour les méthodes d'interprétation Divergente, RPR 3 Forages et RPR 2 Forages. Pour l'analyse des résultats de la méthode Convergente, les tenseurs complets utilisés sont ceux directement issus de la modélisation Flac. On suppose que la mesure de contrainte en un même point mais dans trois forages différents donnerait le même résultat que le prélèvement du tenseur calculé par Flac en ce même point⁴ (avec une erreur négligeable vis-à-vis des autres méthodes). Aucune régression par les moindres carrés n'étant nécessaire, on ne calcule pas d'erreur standard sur la régression.

Les résultats du calcul des erreurs standards sont mis en graphiques en fonction du degré d'hétérogénéité des modèles pour les différentes méthodes d'interprétation dans les figures 5.7, 5.8 et 5.9.

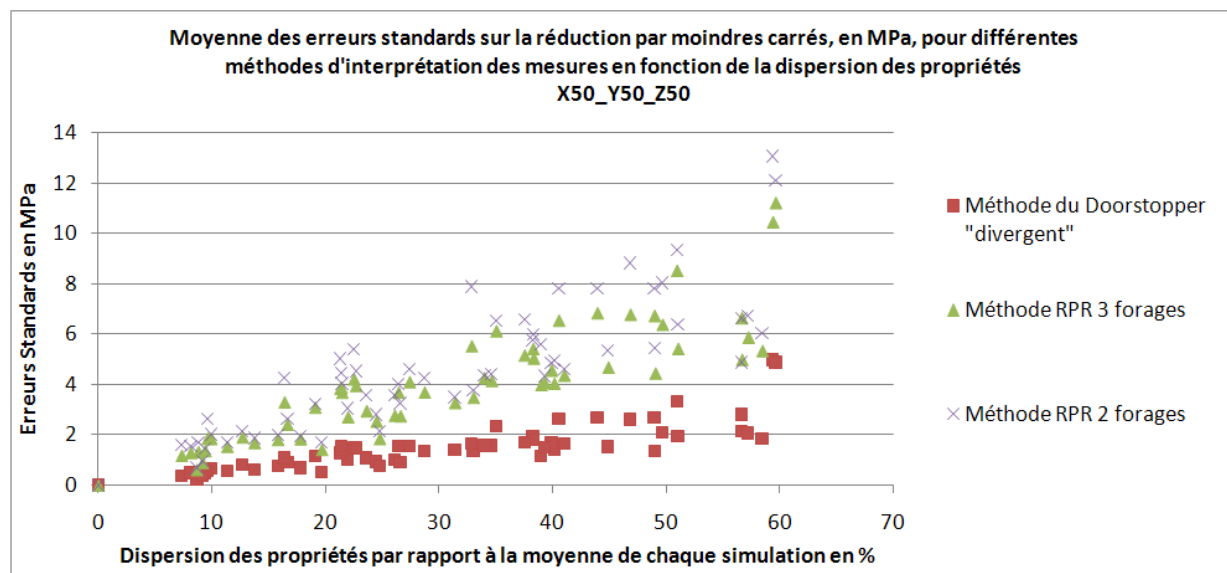


Figure 5.7 : Erreurs standards sur la régression en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z50

Les erreurs standards sur l'ensemble de l'étude sont comprises entre 0,1 MPa et 13 MPa. Le premier constat, commun à l'ensemble des indicateurs, est à propos du fait que l'erreur

4. Les propriétés des matériaux sont donc les mêmes puisque le prélèvement de données se fait sur le même centroïde du modèle numérique.

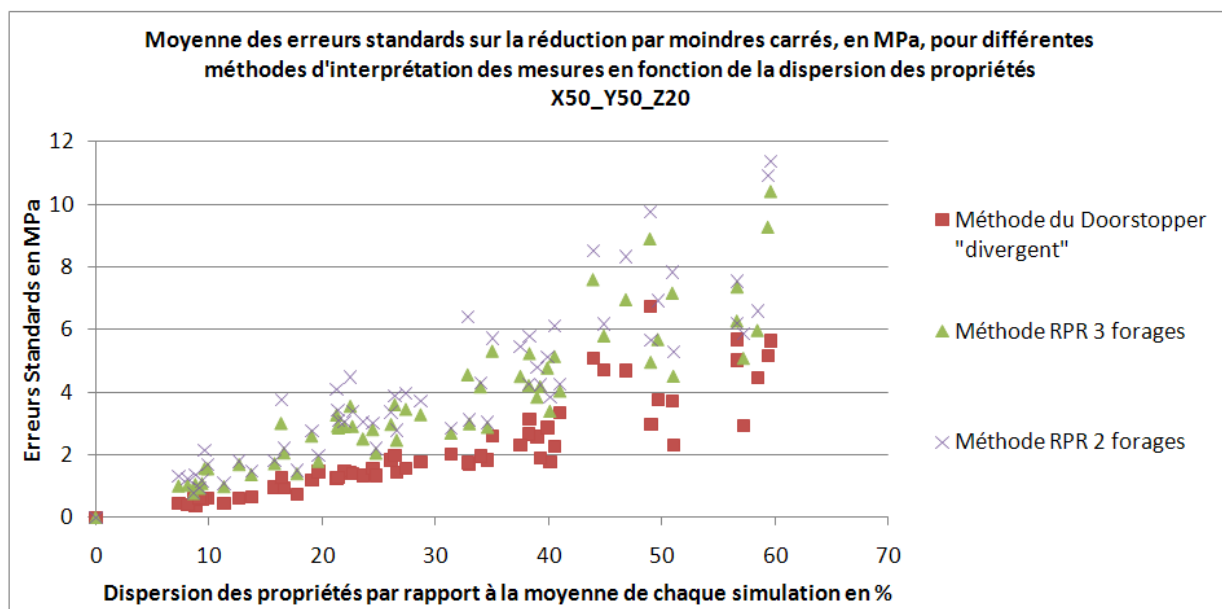


Figure 5.8 : Erreurs standards sur la régression en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z20

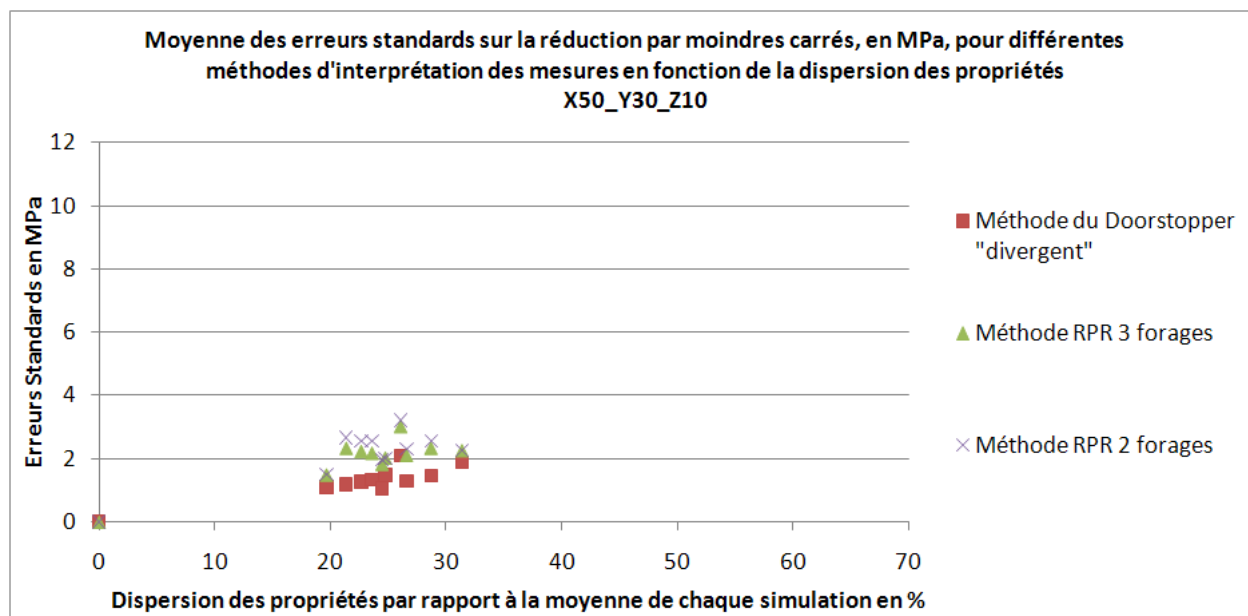


Figure 5.9 : Erreurs standards sur la régression en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y30_Z10

standard sur la régression augmente avec l'augmentation du degré d'hétérogénéité. En effet, plus la variabilité des propriétés de la roche est grande, plus les tenseurs partiels de contraintes à assembler sont différents, ce qui a un impact direct sur l'erreur standard. Cette augmenta-

tion peut être considérée comme linéaire pour les quatre méthodes d'interprétation. Comme pour les biais relatifs, passé un degré d'hétérogénéité de 40%, les résultats sont un peu plus dispersés autour de la droite de régression. Les équations linéaires ainsi que leurs coefficients de corrélation pour les cas de chargement $X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$ sont répertoriés dans les tableaux 5.6 et 5.7, où y représente l'erreur standard en MPa et x représente la dispersion des propriétés en %.

Tableau 5.6 Équation des droites de régression entre les erreurs standards et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$

| Méthode d'interprétation utilisée | Équation linéaire $y=ax$ | Coefficient de corrélation R^2 |
|--------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| Doorstopper divergent | $y = 0,0492x$ | 0,6858 |
| RPR trois forages | $y = 0,1292x$ | 0,7631 |
| RPR deux forages | $y = 0,1488x$ | 0,7128 |

Tableau 5.7 Équation des droites de régression entre les erreurs standards et le pourcentage de dispersion des propriétés ainsi que leur coefficient de corrélation pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$

| Méthode d'interprétation utilisée | Équation linéaire $y=ax$ | Coefficient de corrélation R^2 |
|--------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| Doorstopper divergent | $y = 0,0748x$ | 0,771 |
| RPR trois forages | $y = 0,1235x$ | 0,8144 |
| RPR deux forages | $y = 0,138x$ | 0,786 |

Les différences des résultats des erreurs standards entre les méthodes d'interprétation sont statistiquement significatives (voir les tableaux 5.8 et 5.9).

L'erreur standard sur la régression est fortement corrélée avec le nombre de degrés de liberté du système d'équations, par son lien étroit avec la variance (voir équation 3.49). Les résultats vont bien dans le sens *attendu* en donnant une erreur standard plus faible pour les méthodes utilisant trois forages que pour celle n'en utilisant que deux. En revanche, on pourrait s'attendre à ce que la méthode d'interprétation du RPR 3 Forages, présentant un nombre de degrés de liberté de 6, engendre moins d'erreurs que la méthode divergente, qui n'en présente que 3, ce qui n'est pas le cas. Dans tous les cas de chargement étudiés, cette dernière méthode génère la plus petite erreur standard sur la régression.

Une explication de ces résultats serait possible en reprenant le raisonnement tenu pour l'explication des différences entre les biais issus des méthodes RPR et ceux des autres méthodes. Avec la méthode RPR, les contraintes en fond de trou de forage ne sont pas estimées

Tableau 5.8 Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des erreurs standards pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$

| Méthode d'interprétation comparées | t calculé en valeur absolue | T de la table de Student | Rejet de H_0 |
|------------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| Divergente | 17,4987 | 1,9799 | OUI |
| RPR 3 Forages | | | |
| Divergente | 17,5465 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |
| RPR 3 Forages | 2,9141 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |

Tableau 5.9 Traitement statistique de la différence induite par l'utilisation d'une méthode d'interprétation sur les coefficients directeurs des droites de régression des erreurs standards pour le cas de chargement $X50_Y50_Z20$

| Méthode d'interprétation comparées | t calculé en valeur absolue | T de la table de Student | Rejet de H_0 |
|------------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| Divergente | 10,5901 | 1,9799 | OUI |
| RPR 3 Forages | | | |
| Divergente | 12,1438 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |
| RPR 3 Forages | 2,5453 | 1,9799 | OUI |
| RPR 2 Forages | | | |

en faisant appel à des mesures dans des forages supplémentaires, puisque la contrainte σ_z parallèle au forage est calculée indépendamment (les tenseurs partiels de contrainte locaux sont entièrement connus avant le calcul du tenseur final). Or, pour les méthodes traditionnelles, la contrainte σ_z dans chaque forage sert de "variable d'ajustement" dans la réduction par les moindres carrés du système d'équation, amenant à la détermination du tenseur moyen. Cela rend le système d'équations plus "flexible" et semble générer moins d'erreurs standards dans le calcul de l'état de contrainte moyen.

La différence entre les résultats des erreurs standards en fonction de l'anisotropie de chargement n'est statistiquement pas significative pour les méthodes RPR. En revanche, cette différence l'est pour la méthode Convergente, qui présente une légère augmentation des erreurs standards avec l'augmentation de l'anisotropie de chargement. Les résultats des tests statistiques sont présentés au tableau 5.10. On remarque toutefois que l'erreur standard a tendance à moins se disperser autour de la droite lorsque l'anisotropie de chargement augmente.

Tableau 5.10 Traitement statistique de la différence induite par l'anisotropie de chargement ($X50_Y50_Z50$ et $X50_Y50_Z20$) sur les coefficients directeurs des droites de régression des erreurs standards pour chaque méthode d'interprétation

| Méthode d'interprétation comparée | t calculé en valeur absolue | T de la table de Student | Rejet de H_0 |
|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| Doorstopper divergent | 7,3808 | 1,9799 | OUI |
| RPR trois forages | 1,0427 | 1,9799 | NON |
| RPR deux forages | 1,5674 | 1,9799 | NON |

Si on se focalise sur un degré d'hétérogénéité compris entre 20% et 30%, on peut aisément comparer les valeurs prises par les erreurs standard en fonction des cas de chargement. Un zoom sur les graphiques des erreurs standards est présenté aux figures 5.10, 5.11 et 5.12.

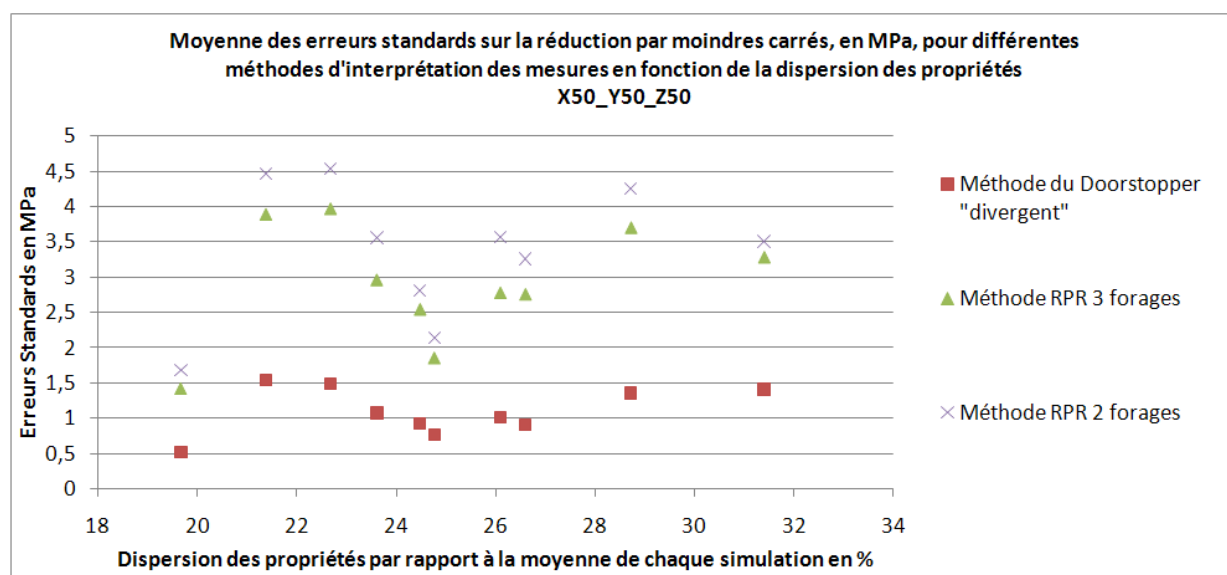


Figure 5.10 : Erreurs standards sur la régression en MPa pour une dispersion des propriétés de 20% à 30% pour le cas de chargement $X50_Y50_Z50$

Contrairement à la tendance observée sur une large échelle, les erreurs standards sont à peu près constantes sur des plages d'hétérogénéité restreintes, telle que celle allant de 20% à 30%. Établir une corrélation entre ces erreurs et le degré d'hétérogénéité est plus pertinent lorsque toutes les données sont étudiées, que lorsque l'on se focalise sur une partie des graphiques. Cependant, l'intérêt des graphiques 5.10 à 5.12 est de mettre en avant les comportements des résultats issus des différentes méthodes d'interprétation les uns par rapport aux autres. Cette hiérarchie entre les résultats (la méthode divergente donne de meilleurs résultats que la méthode 3 Forages, qui en donne de meilleurs que la méthode 2 Forages) peut être extrapolée

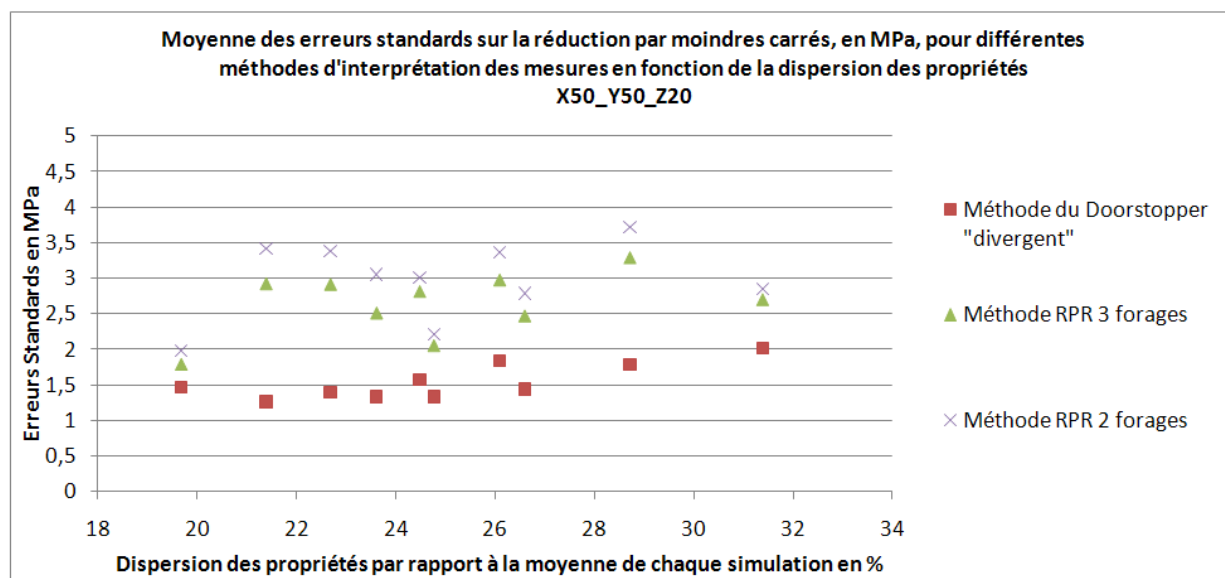


Figure 5.11 : Erreurs standards sur la régression en MPa pour une dispersion des propriétés de 20% à 30% pour le cas de chargement X50_Y50_Z20

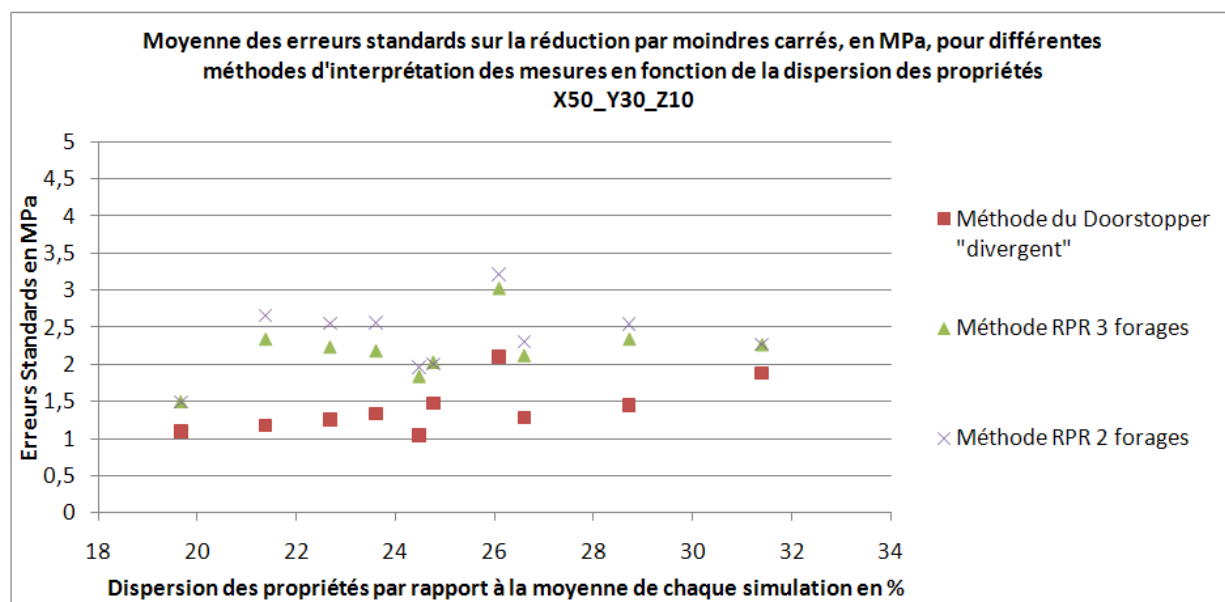


Figure 5.12 : Erreurs standards sur la régression en MPa pour une dispersion des propriétés de 20% à 30% pour le cas de chargement X50_Y30_Z10

sur l'ensemble des degrés d'hétérogénéité.

En observant ce genre de zoom, on remarque que, comme pour les biais, il n'y a pas une augmentation constante dans les erreurs standards, et que les résultats passent par une petite

”cuvette” autour du degré d’hétérogénéité de 25% pour le cas de chargement isotrope. Cela met à nouveau en avant le fait que l’assemblage (la répartition) des matériaux dans la masse de roche influence la répartition des contraintes, en plus du degré global d’hétérogénéité.

Le tableau 5.11 rassemble les valeurs extrêmes des erreurs standards sur la régression en fonction des cas de chargement pour toutes les méthodes d’interprétation confondues et cela pour un degré d’hétérogénéité entre 20% et 30%.

Tableau 5.11 Plages de valeurs des erreurs standards en MPa en fonction des cas de chargement pour un degré d’hétérogénéité entre 20% et 30%

| Cas de chargement | Plage des erreurs standards toutes méthodes d’interprétation confondues en MPa |
|-------------------|--|
| $X50_Y50_Z50$ | 0,5 à 4,5 |
| $X50_Y50_Z20$ | 1,2 à 3,7 |
| $X50_Y30_Z10$ | 1 à 3,3 |

Une faible erreur standard est un gage de qualité pour la régression liée au calcul du tenseur complet de contraintes. Si l’erreur est faible, cela implique que les points échantillonnés semblent appartenir à un tenseur relativement homogène.

5.4 Erreurs types

Telles que définies dans la section 3.5.3, les erreurs types sur les composantes sont fonction de la racine carrée de l’erreur standard sur la régression. Les résultats de la section précédente influencent donc les résultats de la présente section.

Les erreurs types sur les composantes de contraintes sont présentées dans les deux sous-sections suivantes afin de voir l’influence de l’hétérogénéité et du chargement sur chaque méthode de mesure prise indépendamment, puis pour pouvoir comparer les méthodes entre elles grâce aux erreurs types normalisées (voir la sous-section 4.2.2). Il faut noter que les erreurs types présentées sont les moyennes des erreurs types sur les six composantes de contraintes de chaque tenseur, et que les erreurs types sur les composantes de cisaillement sont supérieures à celles sur les composantes de contraintes. Cette différence est due aux valeurs des coefficients diagonaux de la matrice $\sqrt{[F^{-1}]}$, i.e. $\sqrt{F_{ii}^{-1}}$, eux-mêmes fonction de la matrice $[J]$ qui dépend de l’orientation des forages. Ces coefficients, qui dépendent de la taille de $[J]$ et donc du nombre de forages, sont répertoriés dans le tableau 5.12.

Tableau 5.12 Coefficients multiplicateurs de l'erreur standard pour les contraintes et les cisaillements en fonction des méthodes d'interprétation

| Types de contraintes | Méthodes Divergente et RPR 3 Forages | Méthode RPR 2 Forages |
|----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| σ | 0,5773 ou 0,6455 | 0,7071 ou 0,8660 |
| τ | 0,7011 ou 0,8660 | 0,7071 ou 1 ou 1,732 |

5.4.1 Erreurs types en fonction de chaque méthode d'interprétation

Les valeurs des erreurs types sont comprises entre 0,1 MPa et 13 MPa, le tableau 5.13 fait une synthèse des valeurs.

Tableau 5.13 Plages de valeurs des erreurs types en MPa pour les différentes méthodes d'interprétation

| Méthode d'interprétation utilisée | Plage des erreurs types tous chargements confondus en MPa |
|-----------------------------------|---|
| Doorstopper divergent | 0,1 à 5 |
| RPR trois forages | 0,2 à 8 |
| RPR deux forages | 0,5 à 13 |

Les erreurs types pour chacune des méthodes d'interprétation augmentent presque linéairement avec le degré d'hétérogénéité. La dispersion autour de la droite de régression augmente comme pour les autres indicateurs après 40%. L'interprétation du comportement des erreurs types est la même que celle des erreurs standards car la différence entre ces deux indicateurs est due à la présence de constantes multiplicatives dépendant de l'orientation des forages.

Le cadre de notre étude nous permet d'apprécier la justesse de chaque technique d'interprétation en étudiant à la fois son biais relatif par rapport au tenseur vrai ainsi que son erreur type. Cependant, l'étude des biais donne de plus amples informations quant à la précision des mesures, puisqu'il *quantifie* l'écart des résultats aux véritables valeurs. L'intérêt des erreurs types est donc amoindri tant que le tenseur vrai des contraintes est connu. Dans la pratique étant donné qu'on ne le connaît pas, le calcul du biais est impossible, on utilise donc les erreurs types sur les composantes de contraintes.

Tel que mentionné à la section 3.5.3, pour une distribution normale, les composantes de contraintes obtenues ont 68% de probabilité de se trouver à plus ou moins une erreur type des vraies valeurs de contrainte.

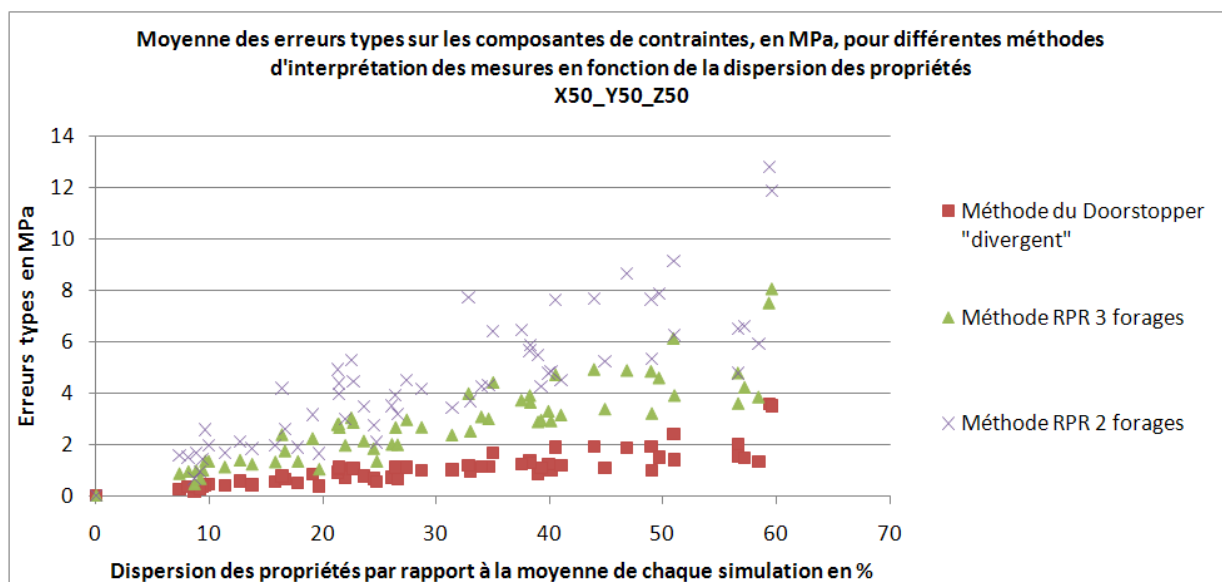


Figure 5.13 : Erreurs types sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z50

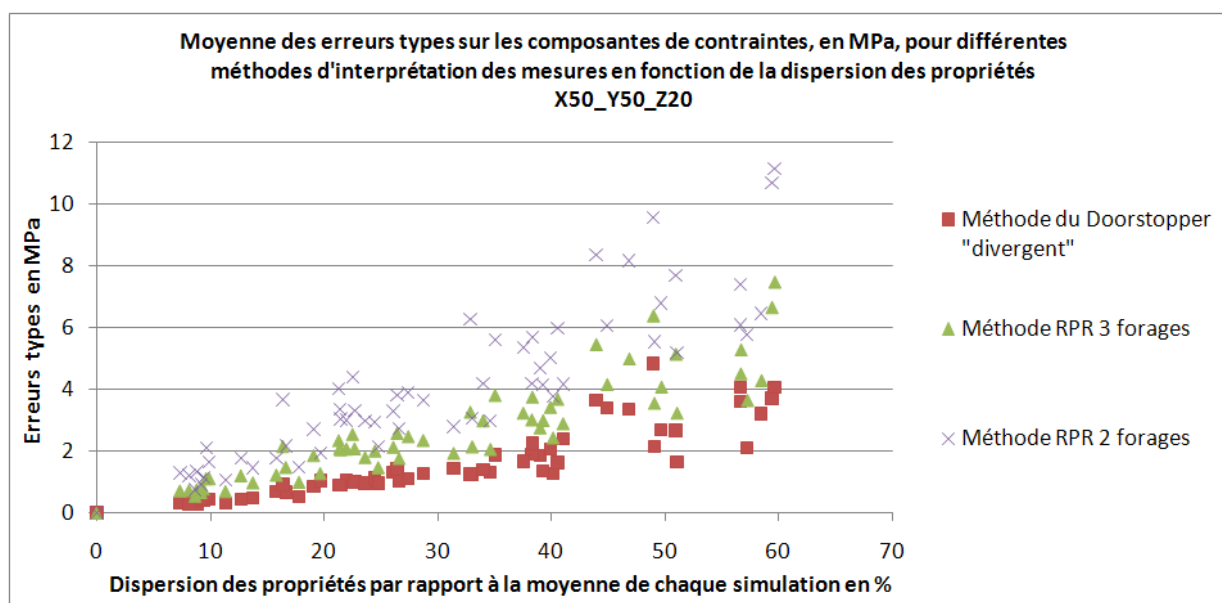


Figure 5.14 : Erreurs types sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z20

5.4.2 Comparaison en fonction des méthodes d'interprétation pour les erreurs types normalisées

Les erreurs types normalisées permettent de juger de la précision des résultats ramenée à une seule prise de mesure. On remarque que les tendances sont conservées par rapport aux

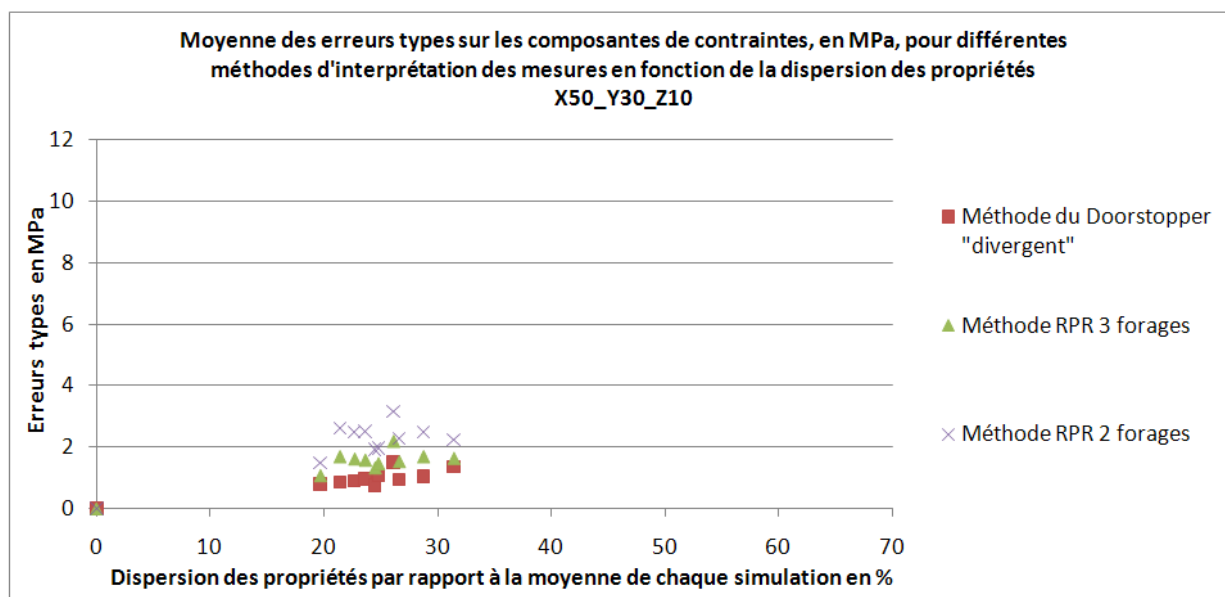


Figure 5.15 : Erreurs types sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y30_Z10

erreurs types malgré un rapprochement pour les méthodes RPR 3 Forages et RPR 2 Forages. La méthode d'interprétation divergente est encore pour tous les cas de chargement étudiés la méthode engendrant les erreurs types les plus faibles par prise de mesure.

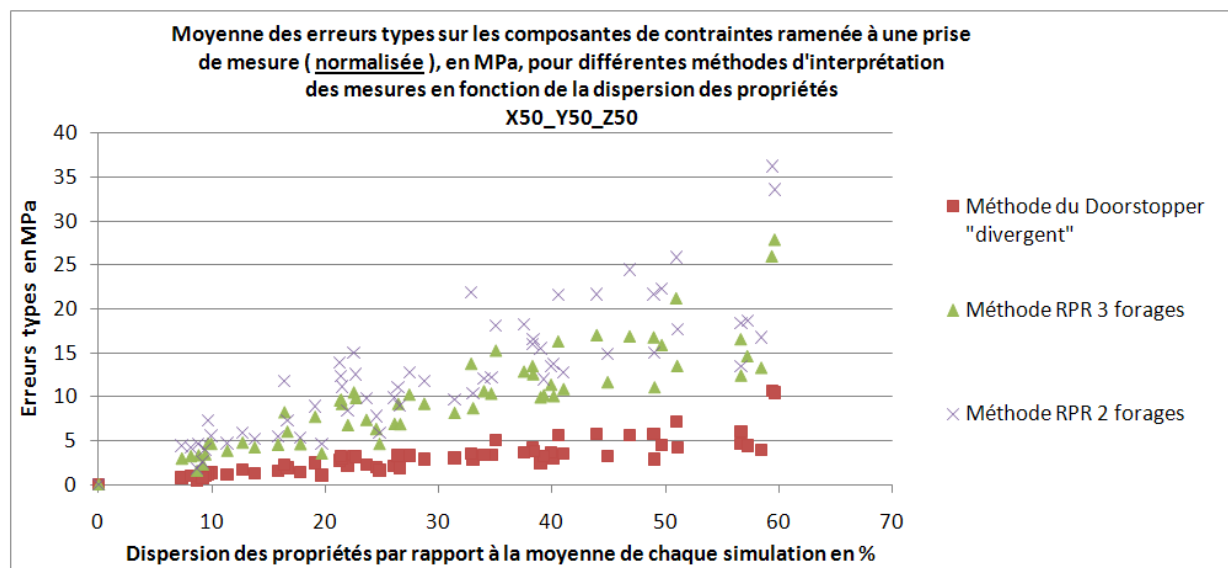


Figure 5.16 : Erreurs types normalisées sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z50

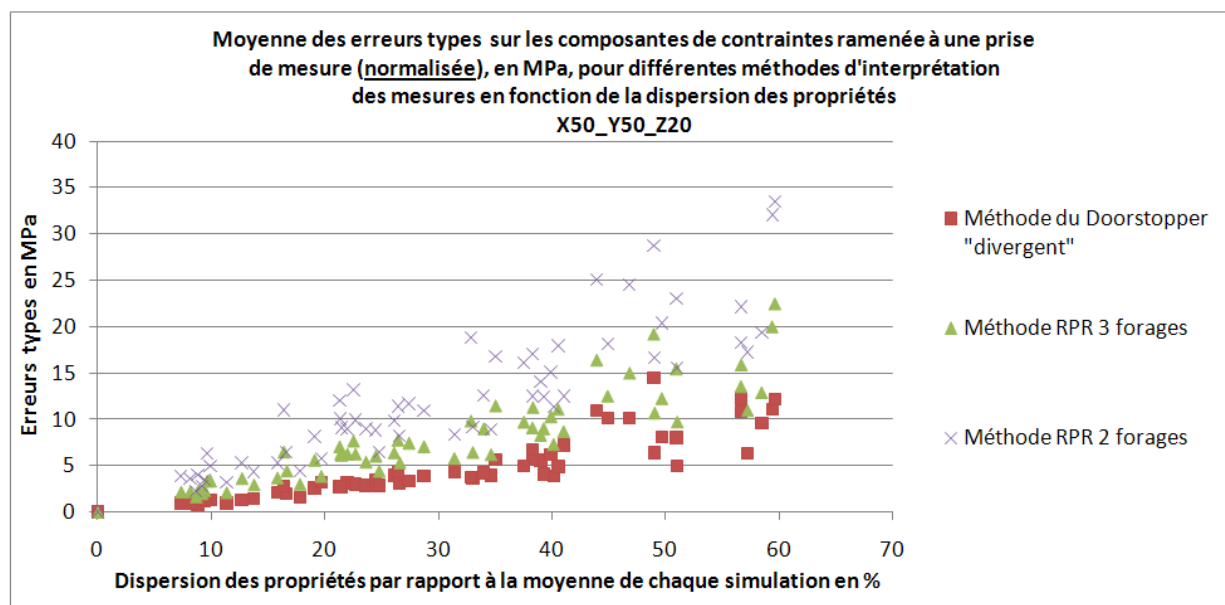


Figure 5.17 : Erreurs types normalisées sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y50_Z20

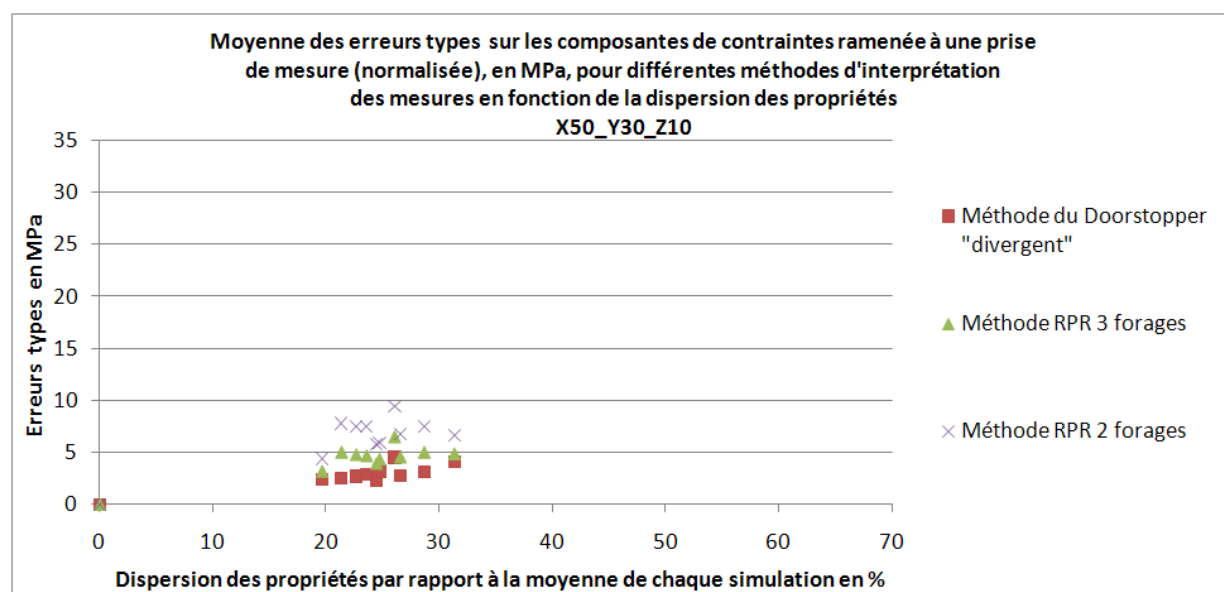


Figure 5.18 : Erreurs types normalisées sur les contraintes en MPa en fonction de la dispersion des propriétés pour le cas de chargement X50_Y30_Z10

5.5 Contraintes principales

L'étude sur les intensités, les orientations et les dispersions des contraintes principales s'est concentrée sur les modèles présentant une hétérogénéité de l'ordre de 20% à 30%. Les

résultats sont issus de trois types de chargement :

- isotrope à 50 MPa ;
- anisotrope $X50_Y50_Z20$;
- anisotrope $X50_Y30_Z10$.

Le tenseur, appliqué dans chacun de ces chargements aux frontières du modèle numérique, ne comporte pas de cisaillement. Cela signifie que le repère NEV est principal dans le cas où le massif est homogène : il n'y a pas de *rotation* des contraintes. La présence d'hétérogénéité dans les modèles provoque donc l'apparition, au sein du modèle, de cisaillement lorsque le tenseur de contrainte est exprimé dans le repère NEV .

En fonction de chaque méthode d'interprétation on détermine l'orientation du repère principal ainsi que l'intensité des contraintes dans ce dernier.

5.5.1 Orientations et dispersion des orientations

L'étude de l'orientation des repères principaux n'est pertinente que pour les cas de chargement non isotropes. En effet, dans les cas isotropes, les contraintes principales sont les mêmes dans toutes les directions, ce sont les valeurs des cisaillements qui vont orienter les repères principaux. Or la modélisation numérique génère des contraintes de cisaillement assez diverses, qui sont exprimées dans le repère NEV . Ainsi, malgré leur faibles valeurs, les cisaillements orientent les repères principaux dans des directions très différentes en fonction de résultats puisque les contraintes, par leur uniformité, ne permettent pas une définition claire des orientations. Les stéréonets sur lesquels sont reportées ces orientations ne sont donc pas exploitables. En revanche, dans le cas de chargement anisotrope, l'orientation des repères est relativement *stable* en fonction des résultats (i.e. il y a peu de différences d'orientation entre les repères).

Les stéréonets relatifs au chargement $X50_Y50_Z20$ sont présentés aux figures 5.19 à 5.23 et ceux relatifs au chargement $X50_Y30_Z10$ sont présentés aux figures 5.24 à 5.28.

Tableau 5.14 Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_3 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

| Méthode d'interprétation utilisée | Direction/Plongée en degré | Coefficient de Fisher | ξ en centième de degré |
|--------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Doorstopper Convergent | 154.4/89.7 | F = 2346 | 2.4 |
| Doorstopper Divergent | 153.5/89.6 | F = 655 | 8.7 |
| RPR trois forages | 154.1/89.7 | F = 2325 | 2.5 |
| RPR deux forages | 153.2/89.7 | F = 1904 | 3.0 |
| Gray et Toews | 177.5/89.1 | F = 452 | 12.7 |

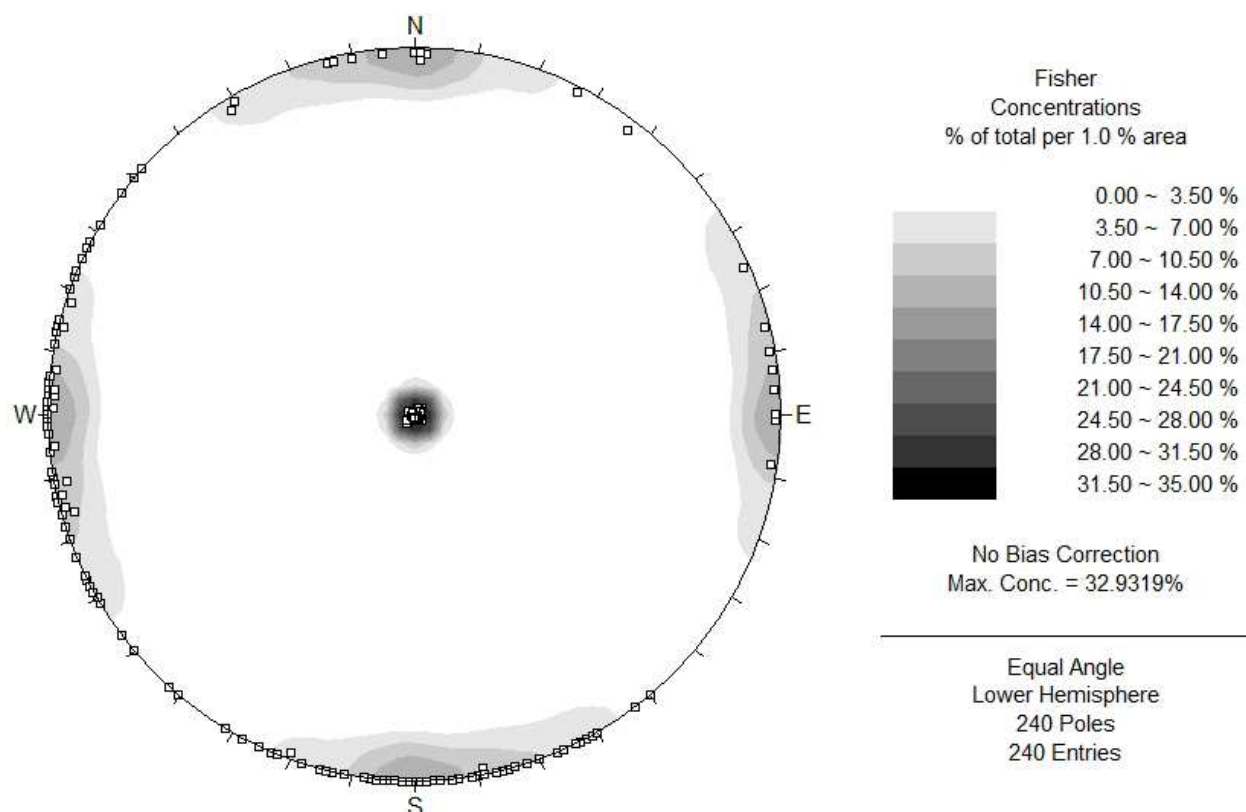


Figure 5.19 : Orientation des contraintes principales pour la méthode Convergente - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

Les figures 5.24 à 5.27 montrent que les tenseurs des contraintes principales calculés par les différentes méthodes d'interprétation présentent une faible dispersion autour des directions du tenseur vrai. La rotation des contraintes principales est donc relativement faible. Cela montre que pour un degré d'hétérogénéité entre 20% et 30%, le tenseur calculé par les différentes méthodes ne subit que peu de rotation par rapport au tenseur moyen du milieu, et ce malgré des tenseurs aux points de mesures orientés significativement différemment. La connaissance de ce peu de rotation de contraintes permet notamment la comparaison des résultats de la sous-section 5.5.2.

Le coefficient de Fisher accompagnant chaque famille de vecteur est une mesure de la dispersion des orientations des contraintes. Cet indice compare les normes vectorielles des orientations des contraintes (normes que l'on prend unitaires) à la norme de la somme vectorielle. Les valeurs du coefficient de Fisher présentées aux figures 5.19 à 5.27 donnent les concentrations des orientations des familles de vecteur par pourcentage d'aire du stéréonet. Cependant, ces résultats ne sont pas exploitables directement car le calcul a été fait sur l'ensemble des trois familles de contraintes principales. Les résultats par famille et par chargement

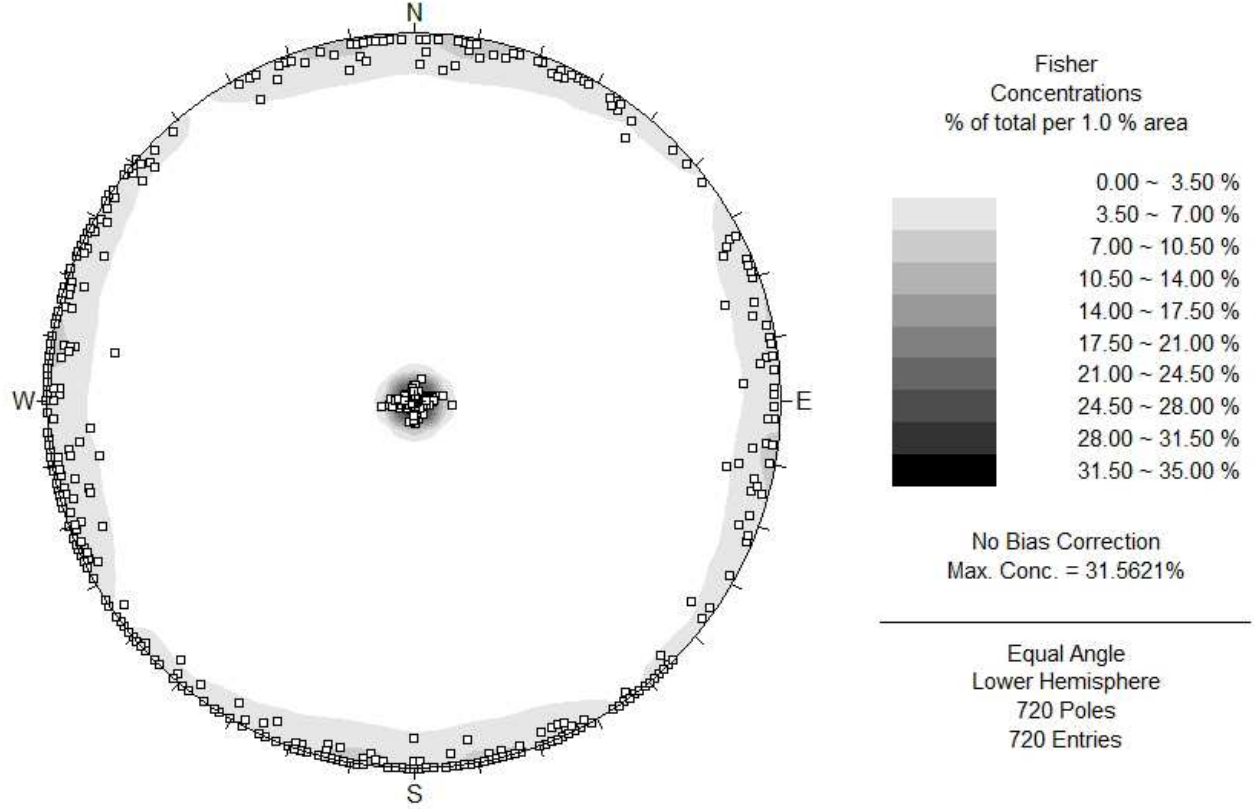


Figure 5.20 : Orientation des contraintes principales pour la méthode Divergente - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

seront présentés dans les tableaux 5.14 à 5.17.

Tel que décrit dans Corthésy et Leite (2009), l'indice de dispersion de Fisher se calcule comme suit :

$$F = \frac{N}{N - L} \quad (5.3)$$

où F est l'indice de dispersion de Fisher, N est le nombre de vecteurs de contraintes et L est la norme de la somme vectorielle qui se calcule de la manière suivante :

$$L = \sqrt{(\sum \cos\alpha_i)^2 + (\sum \cos\beta_i)^2 + (\sum \cos\gamma_i)^2} \quad (5.4)$$

en considérant que $\cos\alpha_i$, $\cos\beta_i$ et $\cos\gamma_i$ sont les cosinus directeurs des vecteurs contraintes.

Ainsi, lorsque la somme des normes des vecteurs orientation égale la norme du vecteur somme, la dispersion des orientations est nulle et F tend vers l'infini. Lorsque la dispersion est maximale, la norme du vecteur résultant est proche de zéro, F tend donc vers 1. D'après Priest (1993), en supposant que la fonction de densité de probabilité soit binormale (car deux

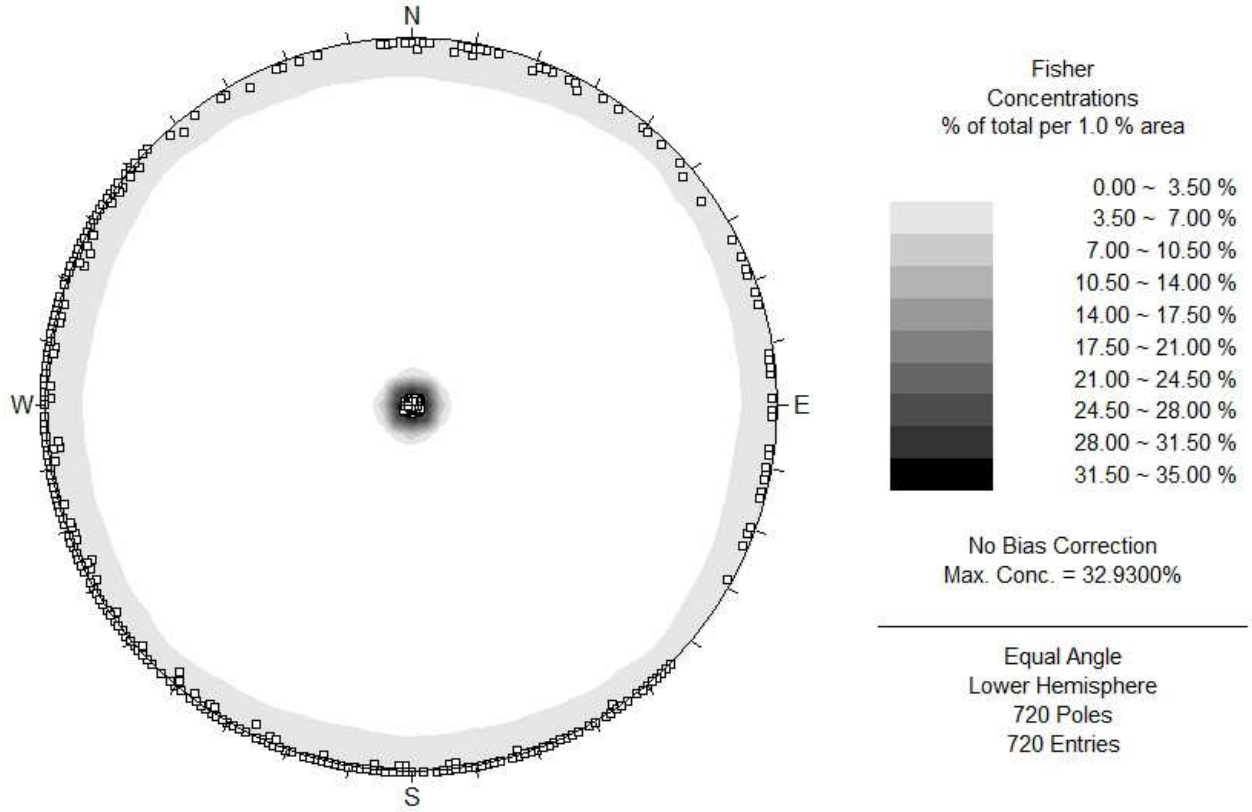


Figure 5.21 : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 3 Forages - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

variables sont considérées : la plongée et l'azimut) et isotrope (aucune corrélation entre ces deux variables), on peut définir le demi angle au sommet du cône de dispersion contenant 68% des orientations principales de la famille des contraintes de la manière suivante :

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{F}} \quad (5.5)$$

avec ξ en radian.

Pour toutes les méthodes d'interprétation, en considérant tous les cas de chargement, les résultats montrent une faible dispersion des orientations des familles de contraintes principales. Les chargements imposés aux frontières des modèles numériques étant suivant les axes principaux du repère NEV , on s'attend à avoir des plongées moyennes pour les familles de contraintes σ_1 et σ_2 quasiment nulles, et au contraire, une plongée moyenne pour la famille de σ_3 proche de 90° . Pour cette dernière famille, si la plongée moyenne est presque verticale, la direction moyenne n'a que peu d'influence. Les résultats sont en accord avec les espérances puisqu'ils montrent que les orientations moyennes de ces familles correspondent bien aux

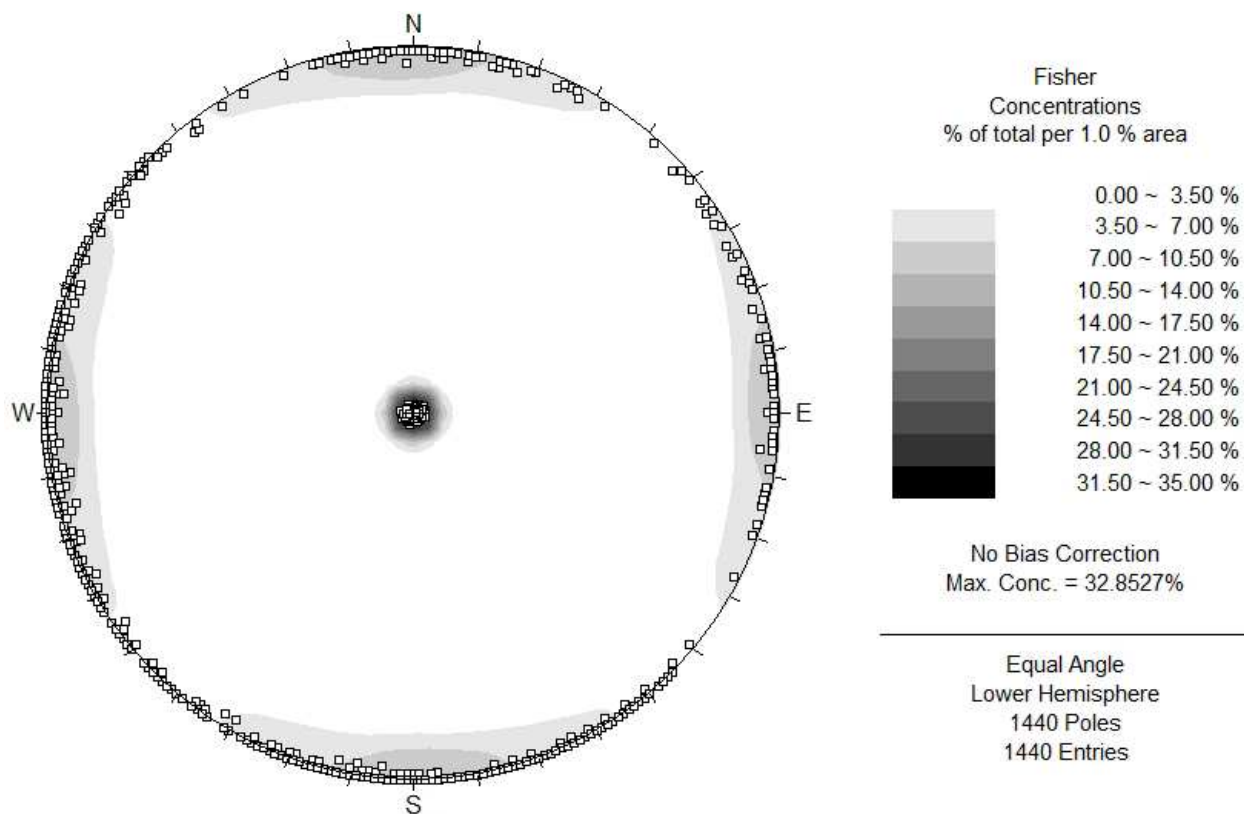


Figure 5.22 : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 2 Forages - Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

orientations des chargements imposés aux frontières des modèles. De plus, les familles de vecteurs sont bien regroupées autour de leur orientation moyenne, étant données les faibles valeurs de l'angle ξ .

Malgré ces bons résultats, on remarque des différences certaines entre les résultats issus des différentes méthodes d'interprétation. La méthode RPR 3 Forages présente les meilleurs résultats en termes de dispersion des vecteurs de contraintes principales, avec des valeurs de l'indice de dispersion atteignant presque 4000 pour la famille de vecteur de σ_1 lors du chargement X50_Y30_Z10. La méthode Convergente présente les seconds meilleurs résultats, suivi de près par la méthode RPR 2 Forages. Les valeurs des indices de dispersion de ces trois méthodes ne descendent pas en dessous de 1500 et sont bien supérieures à celles des méthodes Divergente et de Gray et Toews. En effet, les indices de dispersion de la méthode Divergente sont près de trois fois inférieurs et ceux de la méthode de Gray et Toews près de six fois inférieurs. On remarque également que les valeurs de l'indice de dispersion diminuent avec la diminution d'intensité de la contrainte principale. Toutefois, les orientation moyennes des familles de contraintes principales ne sont pas affectées par l'anisotropie de chargement.

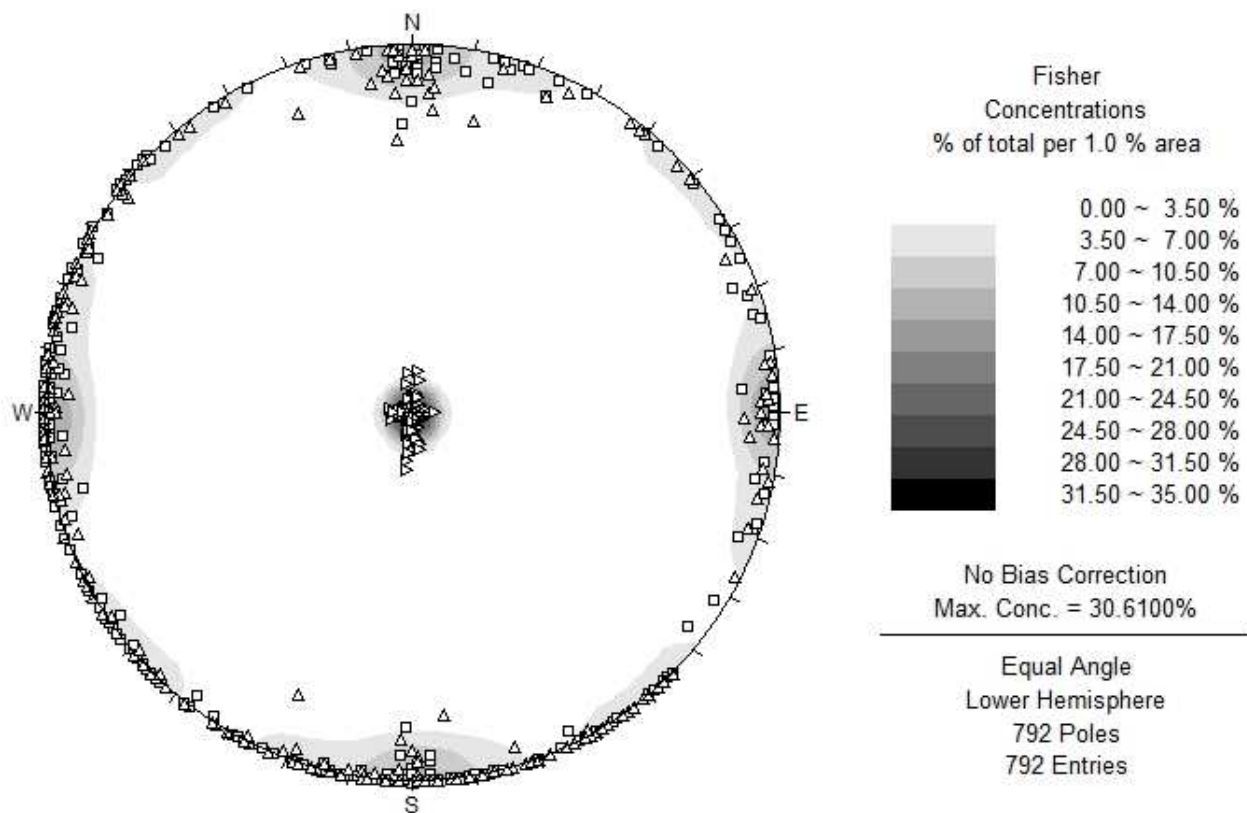


Figure 5.23 : Orientation des contraintes principales pour la méthode de Gray et Toews -
Chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

Les résultats de l'étude nous permettent d'affirmer que dans notre cas, les méthodes conservant le mieux les orientations principales, indépendamment des valeurs des biais, sont la méthode RPR 3 Forages, suivie de la méthode Convergente, puis de la méthode RPR 2 Forages, puis de la méthode Divergente et enfin de la méthode de Gray et Toews.

En considérant la rotation des contraintes principales comme faible, il est possible de faire des comparaisons entre les résultats, malgré le fait que les contraintes n'appartiennent pas au même repère.

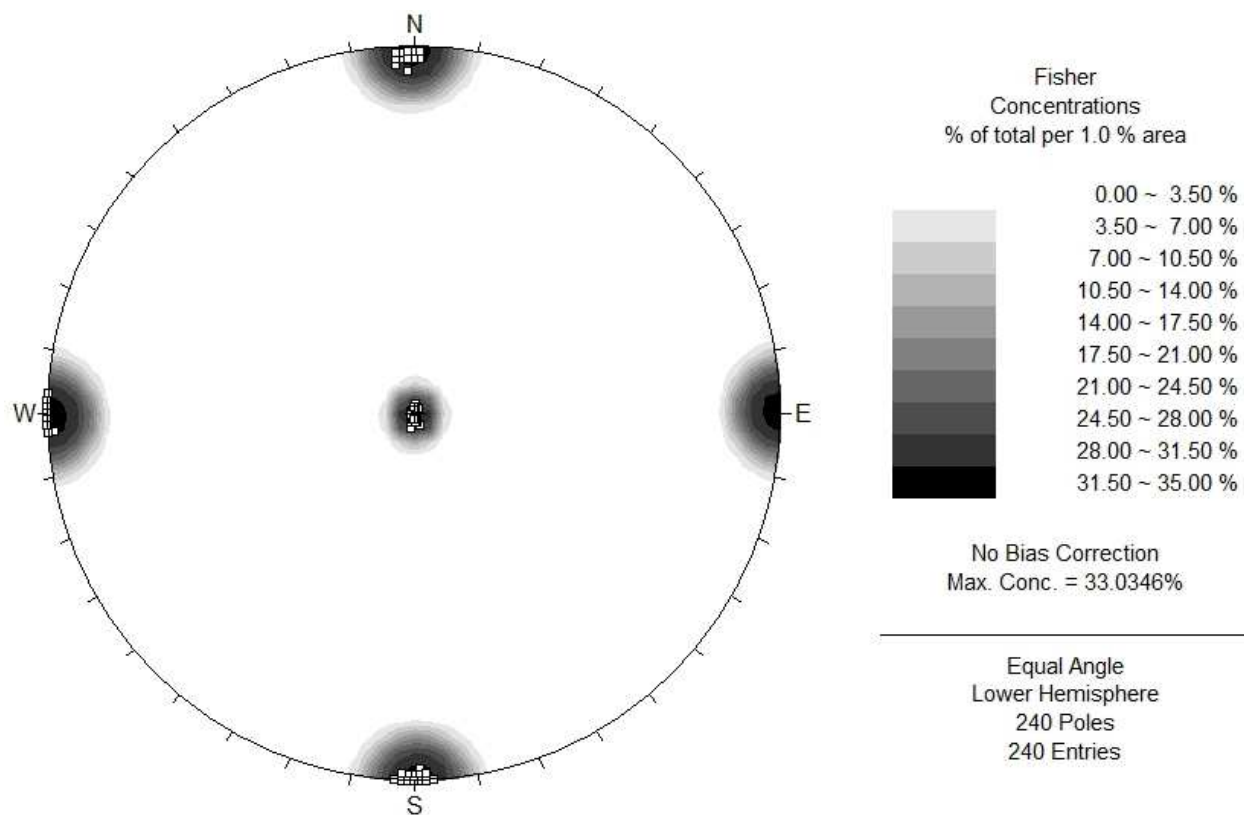


Figure 5.24 : Orientation des contraintes principales pour la méthode Convergente - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

Tableau 5.15 Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_1 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

| Méthode d'interprétation utilisée | Direction/Plongée en degré | Coefficient de Fisher | ξ en centième de degré |
|--------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Doorstopper Convergent | 269.4/0.0 | F = 3529 | 1.6 |
| Doorstopper Divergent | 269.4/0.0 | F = 1179 | 4.9 |
| RPR trois forages | 269.4/0.0 | F = 3939 | 1.5 |
| RPR deux forages | 269.4/0.0 | F = 3166 | 1.8 |
| Gray et Toews | 89.4/0.1 | F = 517 | 11.1 |

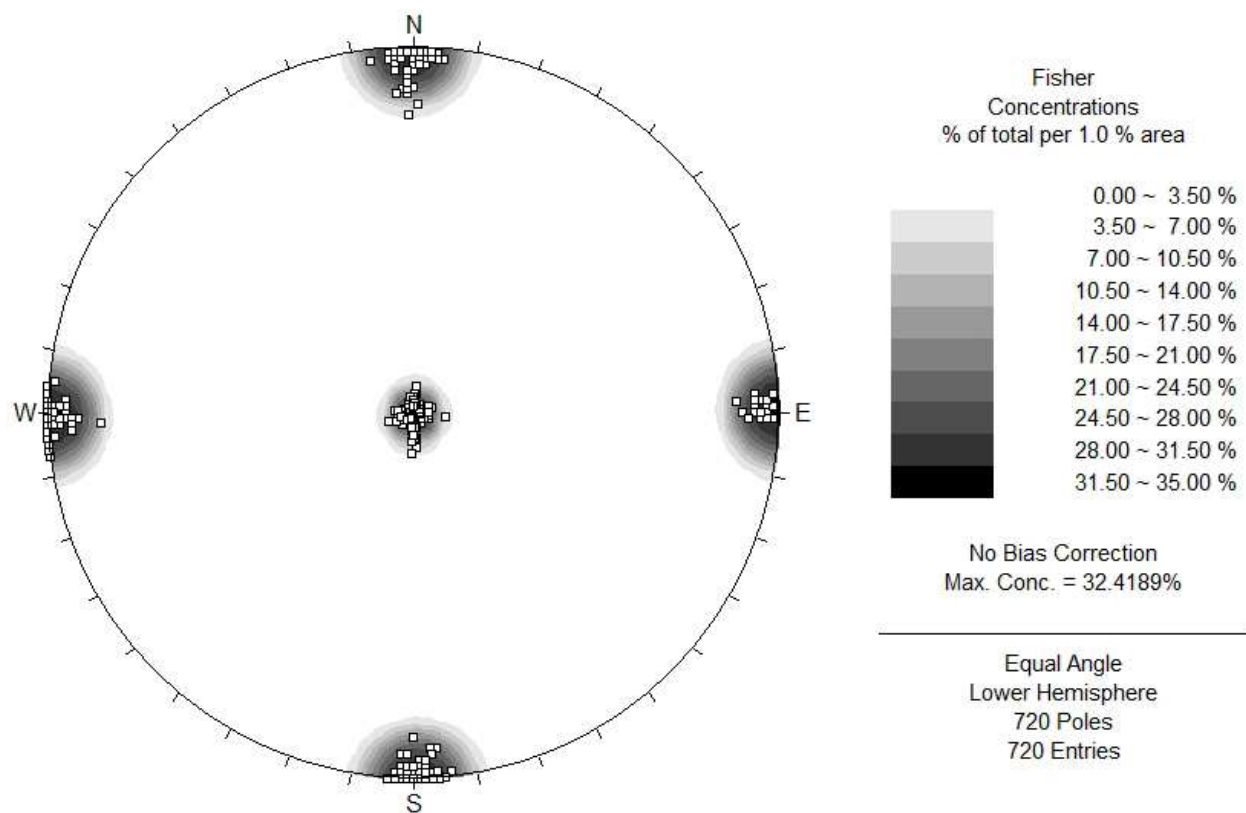


Figure 5.25 : Orientation des contraintes principales pour la méthode Divergente - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

Tableau 5.16 Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_2 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

| Méthode d'interprétation utilisée | Direction/Plongée en degré | Coefficient de Fisher | ξ en centième de degré |
|--------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Doorstopper Convergent | 359.5/0.4 | F = 2297 | 2.5 |
| Doorstopper Divergent | 359.4/0.7 | F = 798 | 7.2 |
| RPR trois forages | 359.5/0.4 | F = 2425 | 2.4 |
| RPR deux forages | 359.4/0.4 | F = 1889 | 3.0 |
| Gray et Toews | 359.5/0.7 | F = 247 | 23.1 |

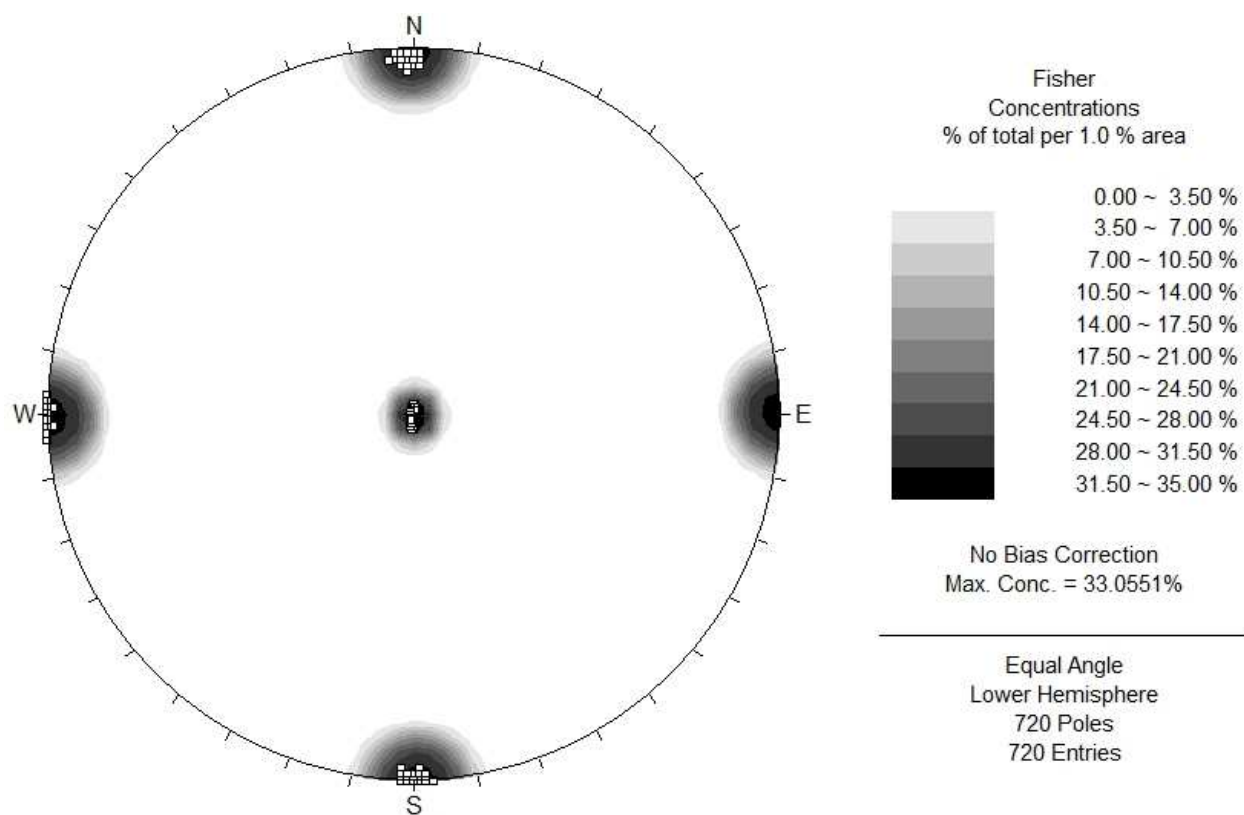


Figure 5.26 : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 3 Forages - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

Tableau 5.17 Orientation moyenne, coefficient de Fisher et ξ pour σ_3 pour les différentes méthodes d'interprétation - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

| Méthode d'interprétation utilisée | Direction/Plongée en degré | Coefficient de Fisher | ξ en centième de degré |
|--------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Doorstopper Convergent | 169.9/89.4 | F = 1824 | 3.1 |
| Doorstopper Divergent | 170.6/89.2 | F = 566 | 10.1 |
| RPR trois forages | 169.8/89.4 | F = 1894 | 3.0 |
| RPR deux forages | 168.8/89.4 | F = 1546 | 3.7 |
| Gray et Toews | 180.6/89.1 | F = 313 | 18.3 |

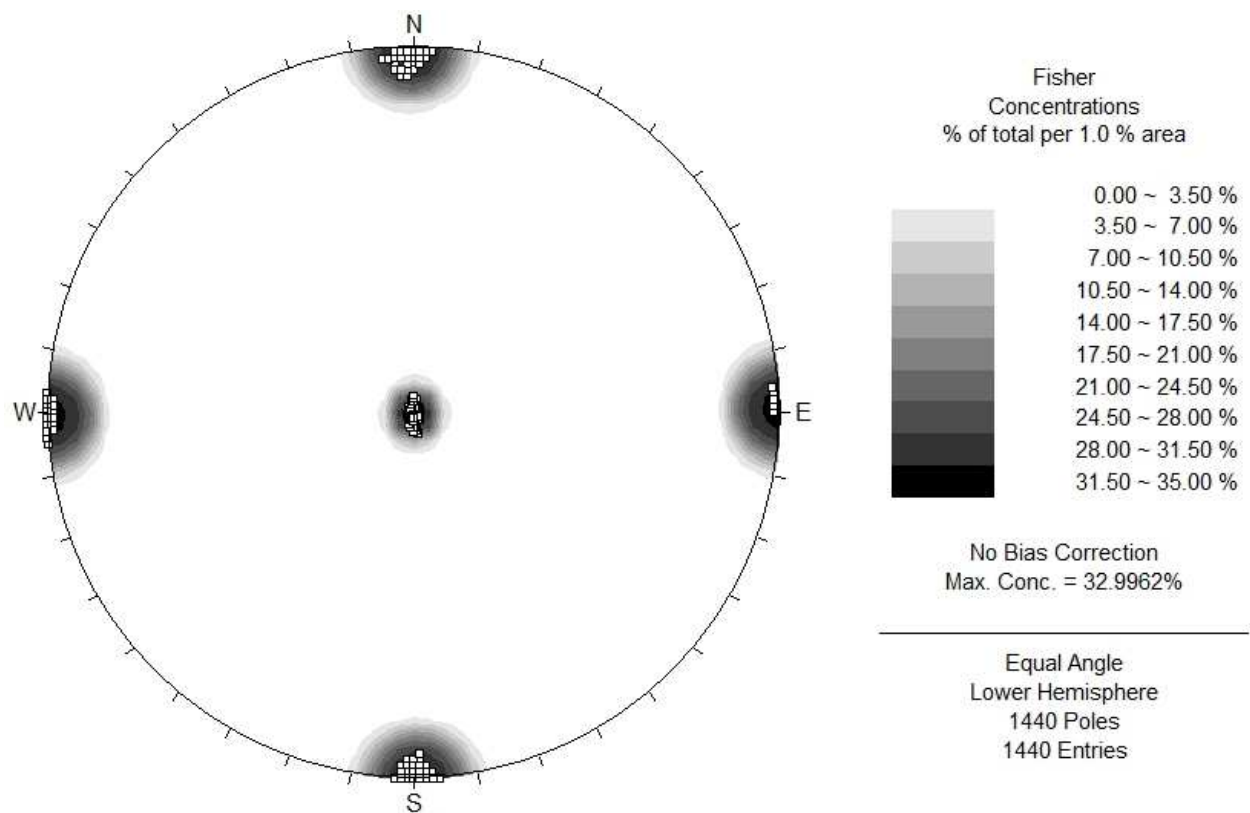


Figure 5.27 : Orientation des contraintes principales pour la méthode RPR 2 Forages - Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

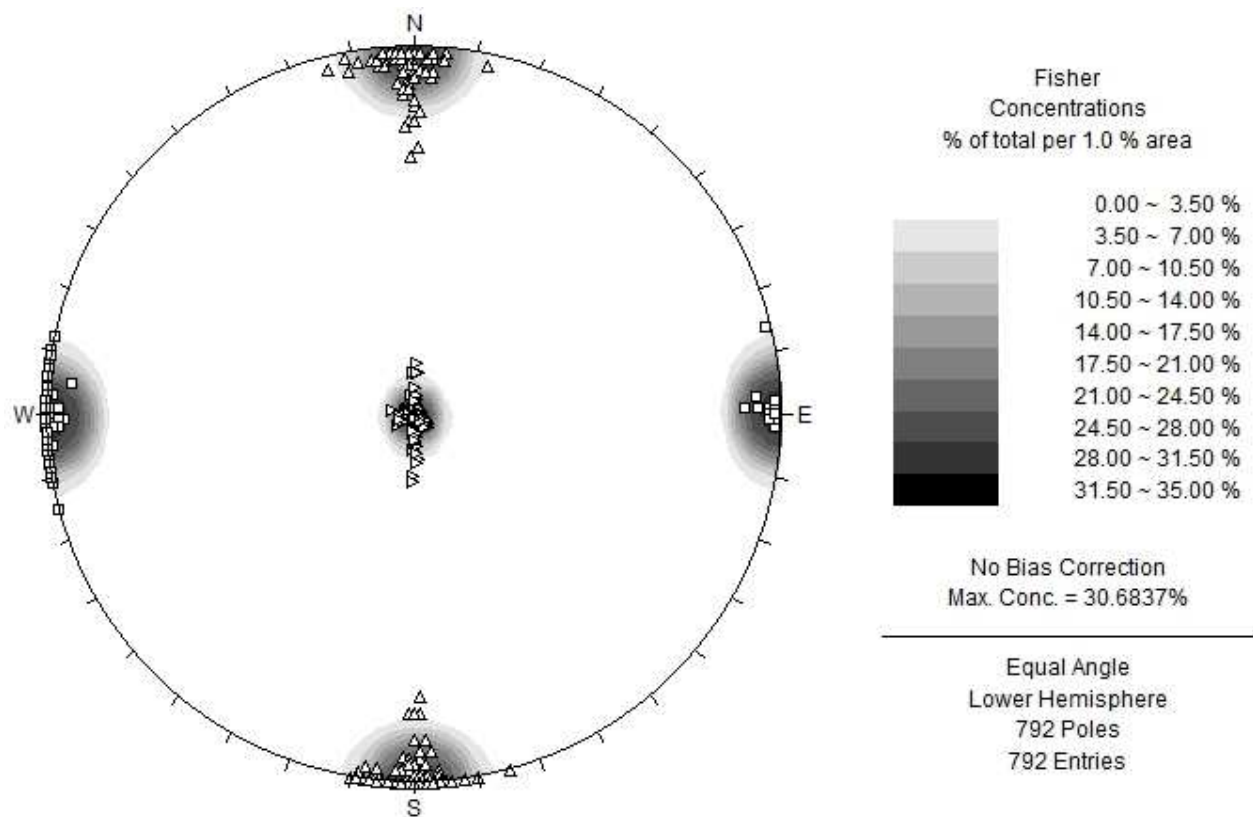


Figure 5.28 : Orientation des contraintes principales pour la méthode de Gray et Toews -
Chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

5.5.2 Intensité et dispersion des intensités

La détermination du repère principal ainsi que de l'intensité des contraintes principales se fait en diagonalisant le tenseur de contrainte obtenu dans le repère NEV . Les valeurs propres associées à la matrice sont les contraintes principales et le vecteur propre associé est composé des cosinus directeurs orientant le repère principal.

Les résultats pour les contraintes principales sont présentés en fonction des cas de chargement et pour chaque méthode d'interprétation. Étant donné que pour chaque résultat le repère principal est différent, il n'est pas pertinent d'établir une comparaison des intensités de contraintes basée sur la moyenne⁵. Les graphiques associés à l'étude présentent donc les résultats sous forme de valeurs médianes des contraintes, d'intervalles contenant 90% des valeurs autour de la médiane ainsi que les valeurs des extremum.

Les médianes permettent de voir si l'ensemble des valeurs de contraintes calculées sont centrées autour des valeurs vraies. Les intervalles contenant 90% des valeurs de contraintes centrées sur la médiane (aussi appelé *intervalle à 90%*) donnent des indications sur la dispersion des résultats. Les valeurs extrêmes permettent quant à elles de définir la plage des valeurs extrêmes possibles pour les contraintes principales. Ces valeurs peuvent être révélatrices du côté aléatoire de certaines méthodes d'interprétation lorsque la roche est significativement hétérogène entre deux points de mesure.

Il est important de remarquer que les résultats en rapport avec le calcul des contraintes principales sont issus de l'ensemble des résultats obtenus lors du traitement des données. Cela signifie que les valeurs extrêmes ne sont pas atténuées comme précédemment lorsque l'on ne présentait que les moyennes des résultats pour chaque cas d'hétérogénéité. Si l'on se préoccupe de la méthode divergente, pour un modèle donné (i.e. pour un degré d'hétérogénéité donné), les 24 tenseurs de contraintes calculés sont utilisés pour remplir les graphiques 5.29, 5.30 et 5.31, alors que pour la mise en graphique des biais, seule la moyenne des biais issue de ces 24 tenseurs était utilisée.

Il est nécessaire d'observer les résultats en tenant compte de la rotation des contraintes principales par rapport au repère NEV si l'on souhaite établir une comparaison avec le tenseur appliqué. La sous-section 5.5.1 met en avant le fait que cette rotation est en moyenne relativement faible pour les tenseurs calculés, ce qui permet la comparaison des valeurs de contraintes entre elles, mais aussi avec les valeurs vraies⁶.

5. Faire la moyenne des contraintes appartenant à des repères différents n'a pas de sens.

6. Et ce malgré l'appartenance des contraintes à des repères différents.

Méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte

Quels que soient les cas de chargement et quelles que soient les méthodes d'interprétation, les résultats montrent que les valeurs médianes de chaque contrainte principale sont très proches des valeurs du tenseur vrai. Cela signifie que les résultats sont bien répartis autour des valeurs vraies de contrainte. Dans tous les cas et quel que soit le degré d'hétérogénéité, les valeurs vraies des contraintes sont comprises dans l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes calculées.

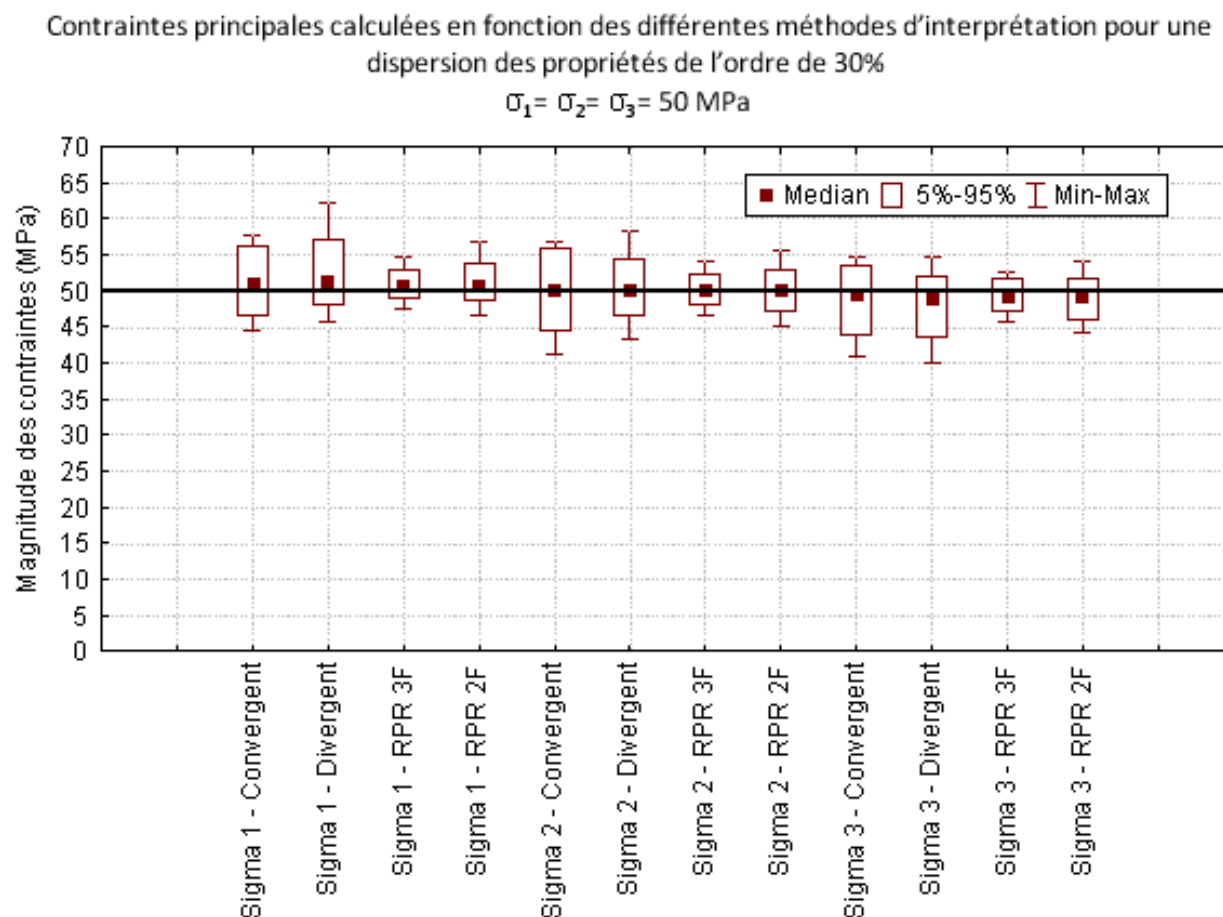


Figure 5.29 : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ MPa}$

Les tableaux 5.18, 5.19 et 5.20 répertorient les largeurs des intervalles contenant 90% des valeurs de contraintes pour chaque méthode en fonction du cas de chargement.

La méthode RPR 3 Forages présente à nouveau les meilleurs résultats. Les valeurs des contraintes principales sont centrées autour des valeurs vraies avec une dispersion relativement faible par rapport aux autres méthodes. La méthode RPR 2 Forages présente une

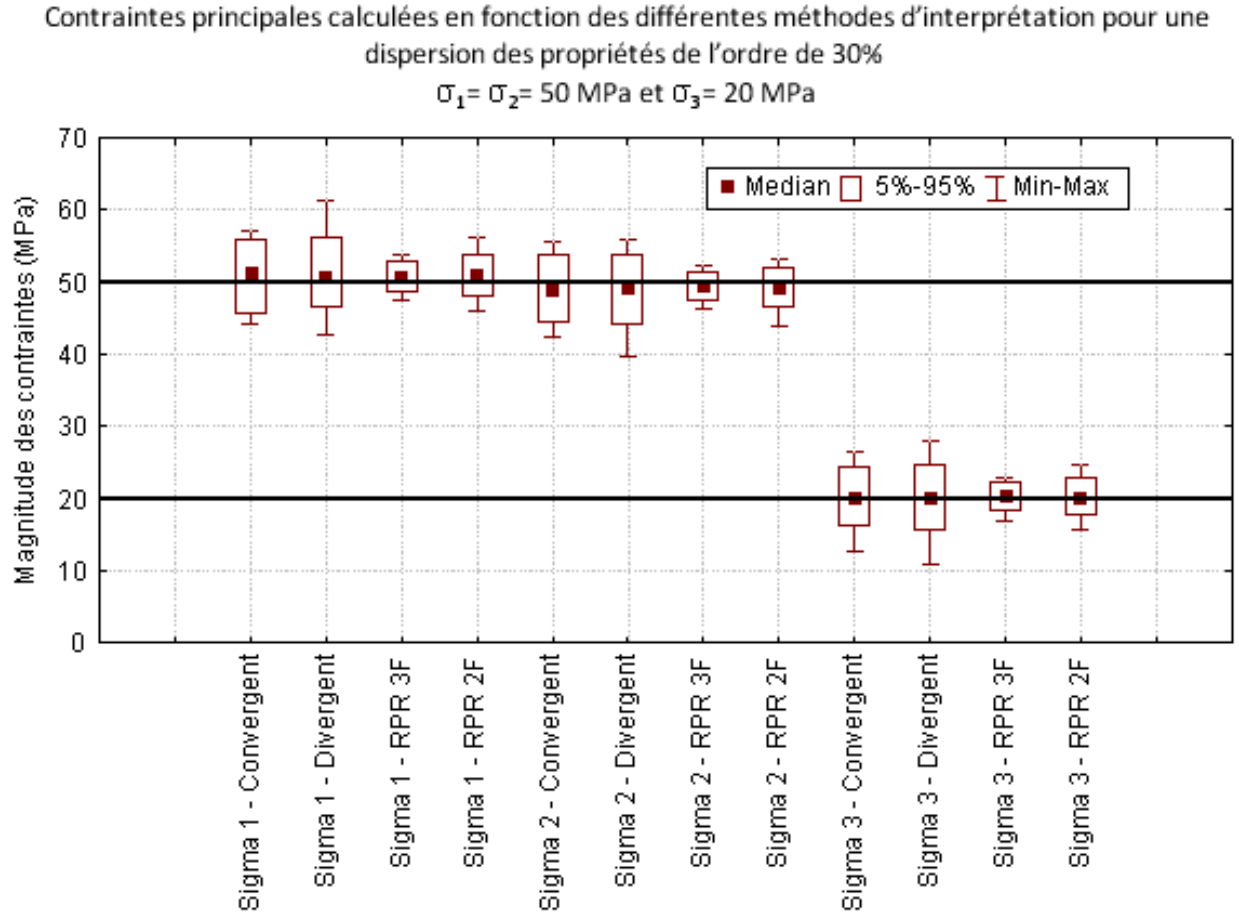


Figure 5.30 : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$

dispersion légèrement plus forte, tout en gardant ses résultats centrés autour des valeurs vraies. Les méthodes Convergente et Divergente se distinguent des deux précédentes par leurs dispersions plus élevées, les résultats restent cependant assez bien centrés sur les valeurs vraies. Malgré des intervalles plus resserrés pour la méthode la méthode Divergente avec un chargement isotrope, la méthode Convergente présente des résultats moins dispersés que la précédente pour le cas de chargement anisotrope X50_Y30_Z10.

En analysant les ratios $(Taille\ de\ l'intervalle)/\sigma_{principale}$ en fonction des différentes méthodes d'interprétation et en fonction de l'intensité de la contrainte principale, on remarque, en particulier pour σ_3 , que la dispersion est en proportion plus importante lorsque le chargement est anisotrope et que les contraintes principales sont faibles. Pour cette contrainte, le rapport augmente particulièrement lorsque son intensité diminue. Cela signifie que l'erreur relative sur le calcul de σ_3 est en proportion plus grande que pour les autres contraintes

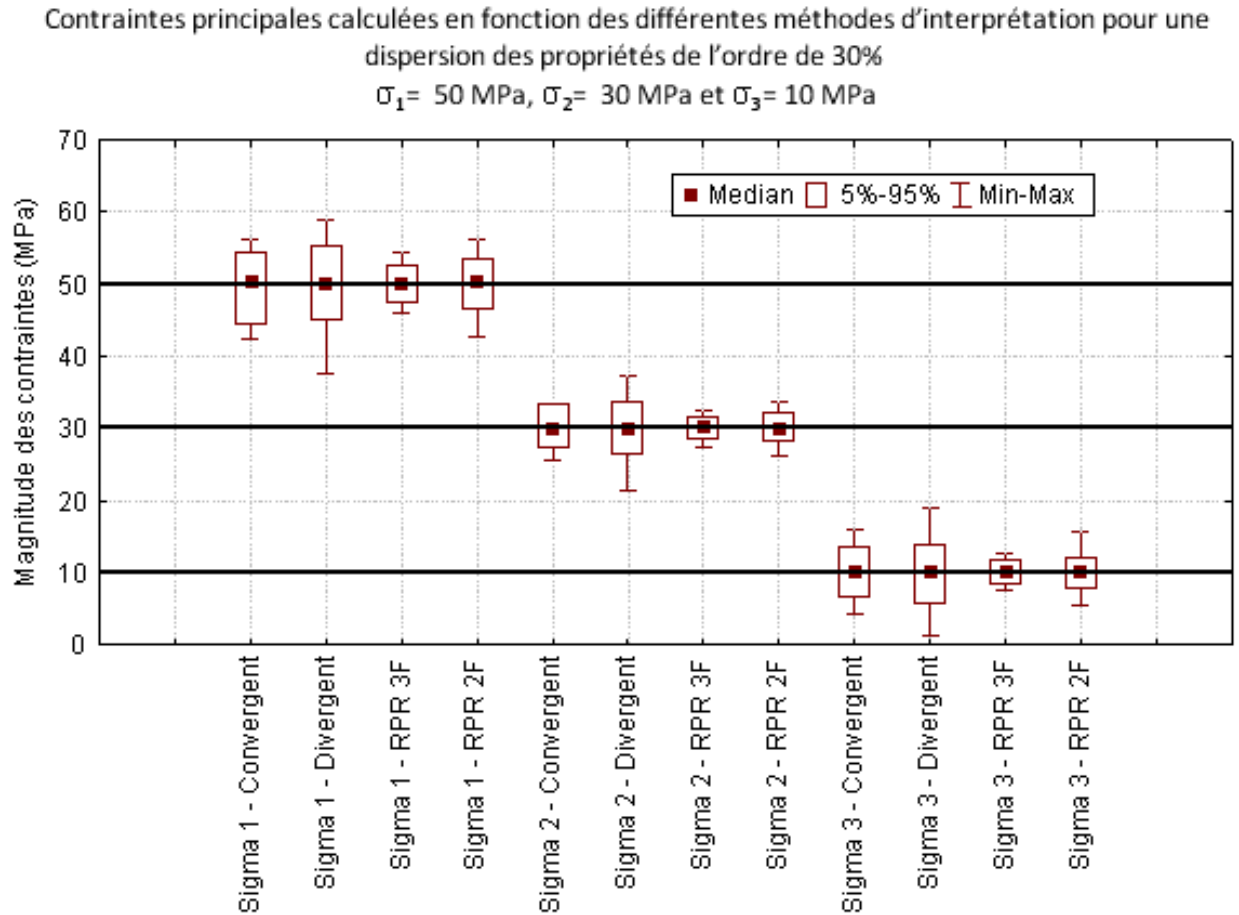


Figure 5.31 : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$

principales lorsque le chargement est anisotrope. Par exemple, pour le chargement anisotrope X50_Y30_Z10, en admettant que l'on fasse une erreur de calcul sur les contraintes principales égale en absolue à la moitié de la taille de l'intervalle de confiance à 90%, alors :

- l'erreur commise sur σ_1 en % de la valeur réelle sera de

$$\frac{9,80/2}{50} \times 100 = 9,8\%$$

- alors que pour σ_3 elle sera de

$$\frac{6,81/2}{10} \times 100 = 34,05\%$$

Cela signifie que la dispersion relative de la contrainte est plus grande lorsque la contrainte est faible et donc que la précision relative sur le calcul de cette dernière diminue avec la

baisse de son intensité. Pour les autres contraintes principales, le ratio est en augmentation légère avec l'augmentation de l'anisotropie, même pour la contrainte σ_1 qui garde une intensité de 50 MPa pour tous les chargements. Les tableaux 5.21 à 5.23 présentent les ratios (*Taille de l'intervalle*)/ $\sigma_{principale}$ en fonction des différentes méthodes d'interprétation.

Les valeurs des extrêmes sont également un indicateur de la qualité des mesures et de leur dispersion. Dans le cas du RPR 3 Forages, les extrêmes sont très proches des bornes de l'intervalle à 90% : l'ensemble des résultats est donc bien regroupé autour de la médiane. Malgré des intervalles à 90% proches de ceux du RPR 3 Forages, les valeurs extrêmes du RPR 2 Forages montrent que les résultats sont plus dispersés. De la même manière, les méthodes convergente et divergente présentent un intervalle de 90% de leurs valeurs assez proche, mais la méthode divergente accuse une dispersion des extrêmes autrement plus importante.

Tableau 5.18 Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour les différentes méthodes d'interprétation - chargement X50_Y50_Z50

| Méthode d'interprétation utilisée | Intervalle pour σ_1 en MPa | Intervalle pour σ_2 en MPa | Intervalle pour σ_3 en MPa |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Doorstopper convergent | 9,56 | 11,17 | 9,71 |
| Doorstopper divergent | 9,06 | 7,75 | 8,40 |
| RPR trois forages | 3,97 | 4,27 | 4,38 |
| RPR deux forages | 5,10 | 5,50 | 5,66 |

Tableau 5.19 Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour les différentes méthodes d'interprétation - chargement X50_Y50_Z20

| Méthode d'interprétation utilisée | Intervalle pour σ_1 en MPa | Intervalle pour σ_2 en MPa | Intervalle pour σ_3 en MPa |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Doorstopper convergent | 10,18 | 9,32 | 7,89 |
| Doorstopper divergent | 9,48 | 9,62 | 9,09 |
| RPR trois forages | 4,12 | 4,07 | 3,93 |
| RPR deux forages | 5,78 | 5,60 | 5,12 |

Tableau 5.20 Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour les différentes méthodes d'interprétation - chargement $X50_Y30_Z10$

| Méthode d'interprétation utilisée | Intervalle pour σ_1 en MPa | Intervalle pour σ_2 en MPa | Intervalle pour σ_3 en MPa |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Doorstopper convergent | 9,80 | 5,90 | 6,81 |
| Doorstopper divergent | 10,16 | 7,19 | 8,09 |
| RPR trois forages | 4,96 | 2,85 | 3,30 |
| RPR deux forages | 6,97 | 3,82 | 4,28 |

Tableau 5.21 Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de σ_1 pour les différentes méthodes d'interprétation

| Méthode d'interprétation utilisée | $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$ | $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$ | $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$ |
|--------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Doorstopper convergent | 0,191 | 0,204 | 0,196 |
| Doorstopper divergent | 0,181 | 0,190 | 0,203 |
| RPR trois forages | 0,079 | 0,082 | 0,099 |
| RPR deux forages | 0,102 | 0,116 | 0,139 |

Tableau 5.22 Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de σ_2 pour les différentes méthodes d'interprétation

| Méthode d'interprétation utilisée | $\sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ | $\sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ | $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ |
|--------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Doorstopper convergent | 0,223 | 0,186 | 0,197 |
| Doorstopper divergent | 0,155 | 0,192 | 0,240 |
| RPR trois forages | 0,085 | 0,081 | 0,095 |
| RPR deux forages | 0,110 | 0,112 | 0,127 |

Tableau 5.23 Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de σ_3 pour les différentes méthodes d'interprétation

| Méthode d'interprétation utilisée | $\sigma_3 = 50 \text{ MPa}$ | $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ | $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ |
|--------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Doorstopper convergent | 0,194 | 0,394 | 0,681 |
| Doorstopper divergent | 0,168 | 0,454 | 0,809 |
| RPR trois forages | 0,088 | 0,196 | 0,330 |
| RPR deux forages | 0,113 | 0,256 | 0,428 |

Méthode de Gray et Toews

La mise en graphique des résultats des intensités et des dispersions des intensités des contraintes principales pour chaque cas de chargement est faite aux figures 5.32, 5.33 et 5.34.

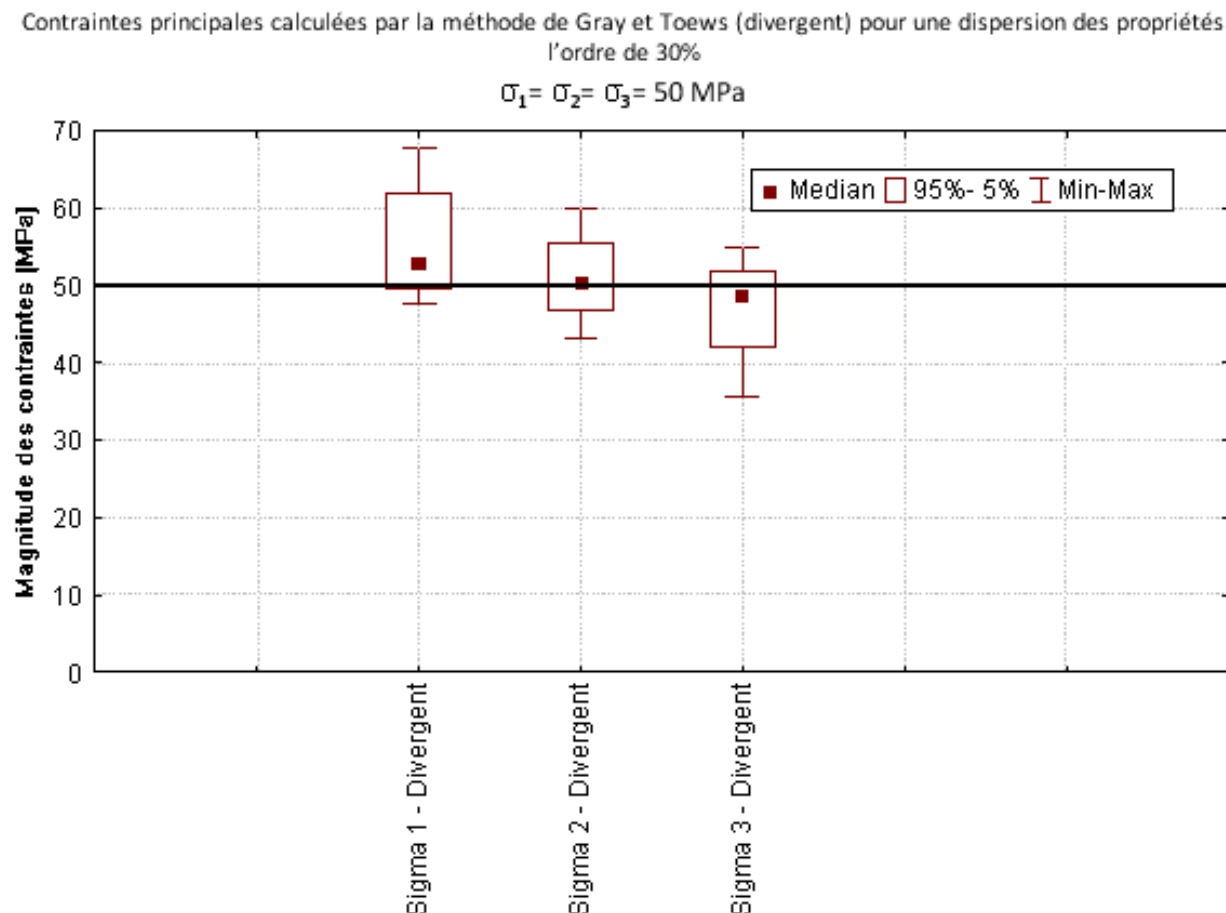


Figure 5.32 : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 50 \text{ MPa}$ - Méthode de Gray et Toews

Quels que soient les cas de chargement, les valeurs médianes de chaque contrainte sont relativement proches des valeurs du tenseur vrai. À la différence des autres méthodes étudiées jusqu'à présent, les médianes de ces échantillons de mesure ne correspondent pas aux moyennes et les coefficients d'asymétrie de la distribution par rapport à sa moyenne, répertoriés dans le tableau 5.24, présentent des valeurs assez différentes de 0. Cela signifie que l'intervalle contenant 90% des valeurs autour de la médiane n'est pas centré sur cette dernière.

La tableau 5.25 recense la dispersion des contraintes mesurées au travers de la largeur de l'intervalle à 90%. Il met en avant le fait que la dispersion est très importante, quels que soient les cas de chargement. Pour nos résultats, cette dispersion a tendance à augmenter avec

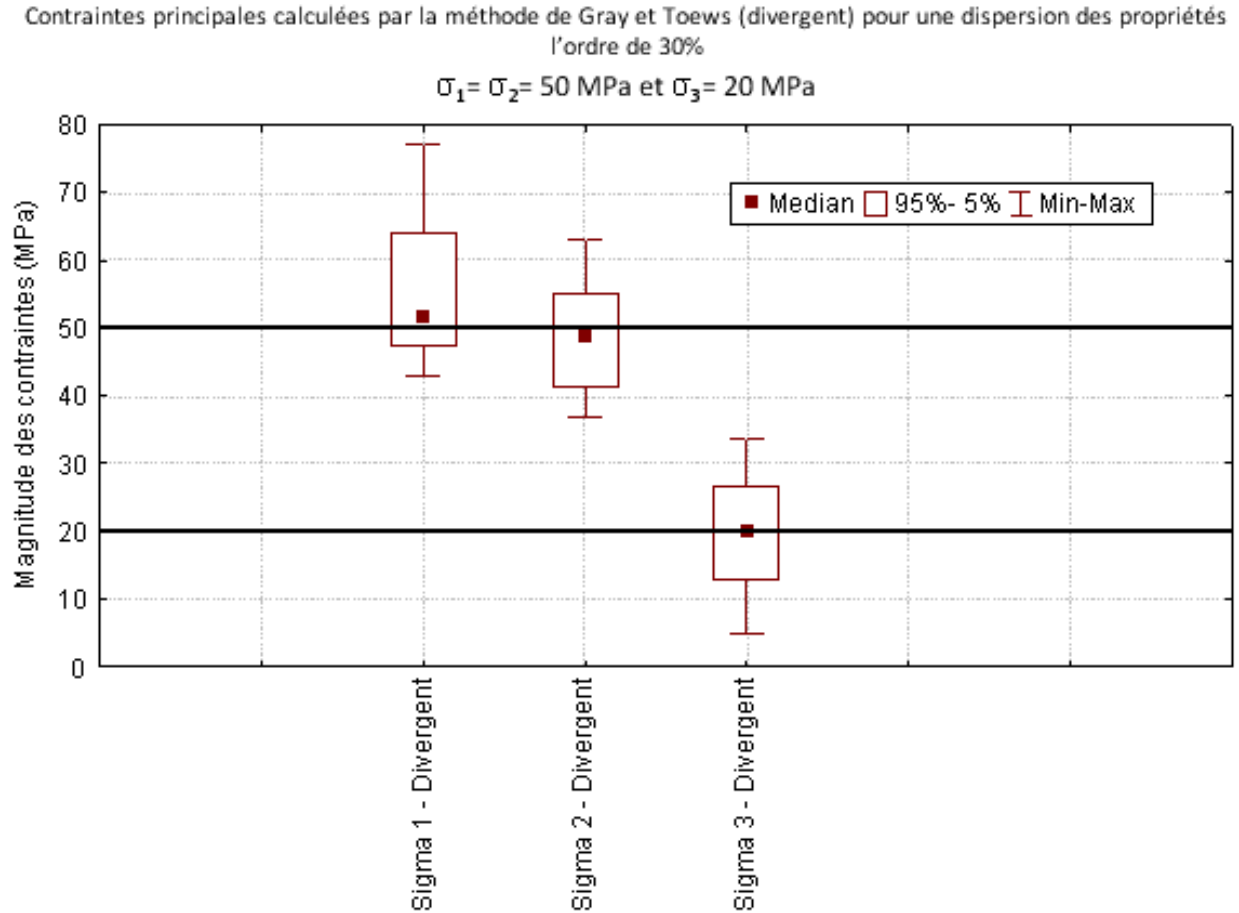


Figure 5.33 : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 20 \text{ MPa}$ - Méthode de Gray et Toews

le degré d'anisotropie de chargement. De plus, en se référant au tableau 5.26, on remarque que le ratio $(\text{Taille de l'intervalle})/\sigma_{\text{principale}}$ augmente lorsque le chargement devient anisotrope. Bien que l'augmentation de ce ratio soit plus importante pour σ_3 que pour les autres contraintes, le degré d'anisotropie de chargement fait augmenter la dispersion relative sur le calcul des contraintes principales. On observe de plus, comme pour les autres méthodes d'interprétation, que l'erreur relative est plus importante pour les contraintes de faible intensité. Le résultat obtenu par cette méthode a donc de fortes chances d'être imprécis.

Les valeurs des extrêmes sont également un indicateur de la qualité des mesures et de leur dispersion. Dans le cas de la méthode d'interprétation de Gray et Toews, ces valeurs sont significativement éloignées des bornes de l'intervalle à 90%. Cela confirme cette tendance à l'imprécision mise en avant au paragraphe précédent. Dans certains cas, l'intervalle formé par

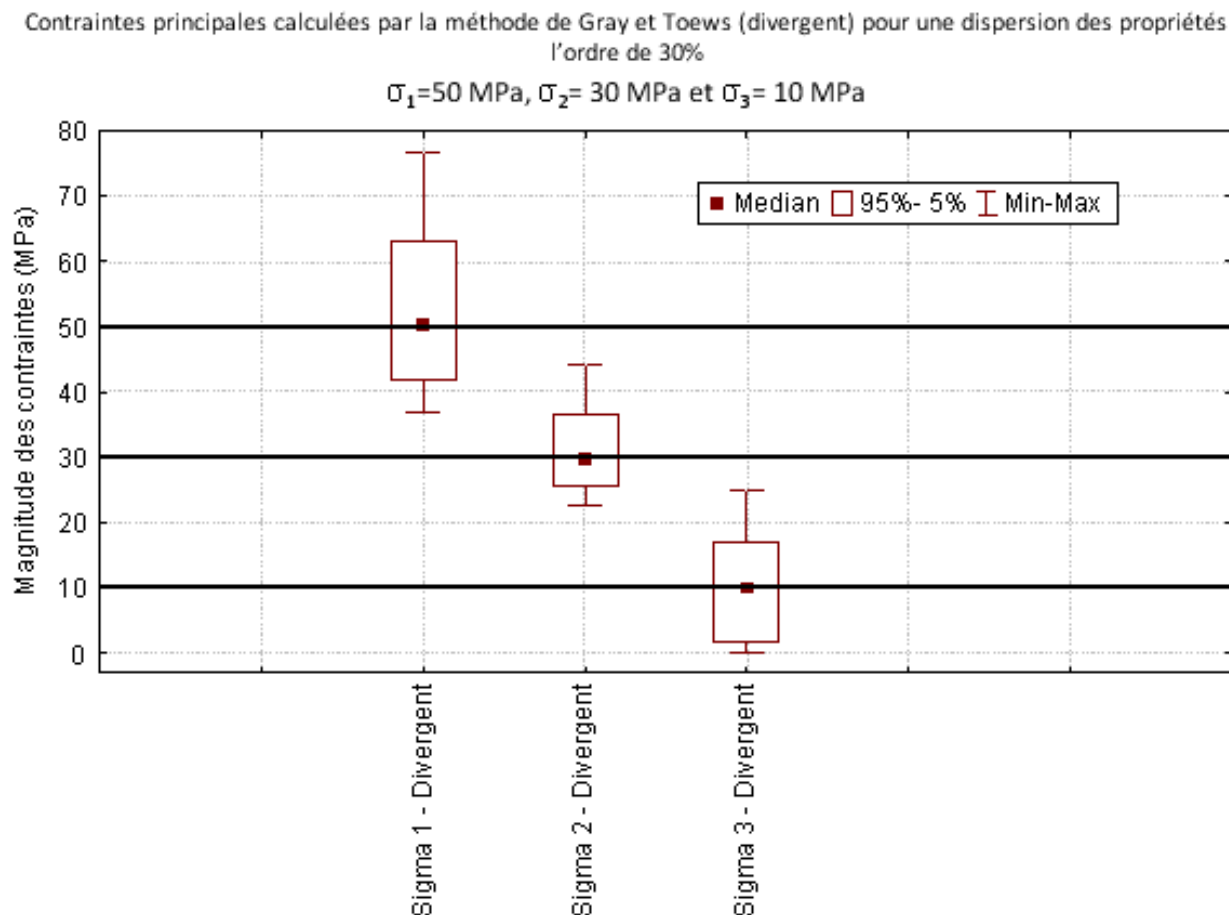


Figure 5.34 : Médianes, intervalles de confiance à 90% et extremum des contraintes principales pour le cas de chargement $\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ - Méthode de Gray et Toews

les valeurs extrêmes est deux fois et demie supérieur à la valeur de la contrainte vraie⁷.

7. Se référer à la figure 5.34 relative au cas de chargement $X50_Y30_Z10$ pour la contrainte σ_3 .

Tableau 5.24 Coefficient d'asymétrie de la distribution des contraintes par rapport à sa moyenne pour la méthode d'interprétation de Gray et Toews

| Type de Chargement | Coefficient pour σ_1 en MPa | Coefficient pour σ_2 en MPa | Coefficient pour σ_3 en MPa |
|-----------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| X50_Y50_Z50 | 1,142 | 0,609 | -1,056 |
| X50_Y50_Z20 | 1,194 | -0,080 | -0,070 |
| X50_Y30_Z10 | 1,08 | 0,817 | -0,010 |

Tableau 5.25 Intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes pour la méthodes d'interprétation de Gray et Toews

| Type de Chargement | Intervalle pour σ_1 en MPa | Intervalle pour σ_2 en MPa | Intervalle pour σ_3 en MPa |
|-----------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| X50_Y50_Z50 | 12,44 | 8,72 | 9,80 |
| X50_Y50_Z20 | 16,64 | 13,71 | 13,91 |
| X50_Y30_Z10 | 21,27 | 10,86 | 15,11 |

Tableau 5.26 Ratio entre la taille de l'intervalle contenant 90% des valeurs de contraintes et l'intensité de $\sigma_{\text{principale}}$ pour la méthode d'interprétation de Gray et Toews

| Type de Chargement | σ_1 | σ_2 | σ_3 |
|-----------------------|------------|------------|------------|
| X50_Y50_Z50 | 0,249 | 0,174 | 0,196 |
| X50_Y50_Z20 | 0,333 | 0,274 | 0,696 |
| X50_Y30_Z10 | 0,425 | 0,362 | 1,511 |

CHAPITRE 6

Conclusions et recommandations

Cette étude traite principalement de l'influence de l'hétérogénéité sur la détermination du tenseur des contraintes à l'aide de plusieurs méthodes basées sur la technique du Doorstopper Modifié.

Parmi les cinq méthodes étudiées, quatre exploitent les tenseurs partiels de contrainte pour établir le tenseur complet de contrainte (les méthodes Convergente, Divergente, RPR 3 Forages et RPR 2 Forages) et une exploite les tenseurs partiels des déformations (la méthode de Gray et Toews). Ces approches différentes ont permis d'établir des comparaisons entre la qualité des résultats et la dispersion de ces derniers en plus des erreurs générées lors du calcul par les moindres carrés. Grâce à de nombreuses analyses numériques sous *Flac*^{3D} (130 en tout), toutes ces méthodes ont été testées dans des situations d'hétérogénéité et de répartition des contraintes diverses (trois types de chargements ont été testés sur 60 cas d'hétérogénéité différents). L'un des points forts de cette étude vient de la connaissance *a priori* du tenseur moyen appliqué aux frontières des modèles, ce qui permet des comparaisons objectives entre les méthodes.

Synthèse des résultats

L'étude a montré que les différences entre les résultats de chaque méthode, pour chaque cas de chargement, étaient statistiquement significatives, à l'exception de ceux issus des méthodes Convergente et Divergente lorsque le chargement est isotrope.

Au vu des résultats et de leur analyse, les méthodes d'interprétation utilisant les tenseurs partiels de contrainte fournissent de bien meilleurs résultats que la méthode de Gray et Toews. La comparaison avec les méthodes faisant appel aux tenseurs partiels de contrainte¹ montre que les résultats obtenus sont les plus mauvais en termes de biais relatifs lorsque les mesures sont faites en milieu hétérogène (pour un degré d'hétérogénéité entre 20% et 30%). En effet, les imprécisions dans le calcul du tenseur des contraintes pour la méthode de Gray et Toews proviennent de la transformation du tenseur final des contraintes en tenseur final des déformations, qui utilise les paramètres de déformabilité moyens de la roche. L'étude menée sur les contraintes principales a révélé que la méthode de Gray et Toews présentait les plus grandes rotations de contrainte, mais également les plus grandes dispersions des orientations

1. La méthode de Gray et Toews fait appel aux tenseurs partiels des *déformations*.

par rapport à leur orientation moyenne ainsi que les plus grandes dispersions des intensités de contrainte autour de ses valeurs médianes. La distribution des valeurs de contraintes autour de leur moyenne est plus asymétrique que pour les autres méthodes d'interprétation, en particulier pour la contrainte σ_1 dont les valeurs du coefficient d'asymétrie sont supérieures à 1. Pour cette méthode plus particulièrement, lorsque l'anisotropie de chargement augmente, la dispersion relative des contraintes principales a tendance à augmenter. Ce phénomène est également observé et amplifié lorsque l'intensité des contraintes diminue.

Les différences de résultats sur le calcul des biais relatifs sont statistiquement significatives pour toutes les méthodes lorsque l'anisotropie de chargement augmente. Cette augmentation est due à la différence de comportement des modèles suivant l'orientation des sollicitations. En revanche, les différences sur les erreurs standards à cause de l'anisotropie de chargement ne sont pas significatives pour les méthodes RPR.

La différence de comportement s'explique par l'anisotropie de la rigidité globale du modèle. Cette rigidité globale est une combinaison de la géométrie des blocs hétérogènes dans le modèle, de la déformabilité de chacun mais également de leur assemblage spatial au sein du modèle. La rotation d'un même chargement anisotrope aux frontières du modèle n'implique donc pas une rotation des contraintes au sein du modèle dans le même sens. En fonction de l'orientation des chargements imposés, les écarts entre les intensités des contraintes présents dans chaque bloc sont modifiés, ce qui a nécessairement un impact sur le calcul du tenseur moyen. De manière générale dans cette étude, les biais relatifs par rapport au tenseur appliqué sont plus importants lorsque le degré d'anisotropie de chargement est plus important.

En ce qui concerne les méthodes d'interprétation utilisant les tenseurs partiels de contrainte, les meilleurs résultats sont obtenus, en ordre décroissant de qualité, par les méthodes RPR 3 Forages puis RPR 2 Forages suivies des méthodes plus classiques Convergente et Divergente, qui présentent toutes deux des résultats assez proches. L'analyse de ces résultats révèle une corrélation positive entre le degré d'hétérogénéité du massif et le biais relatif moyen par rapport au tenseur appliqué. Une corrélation linéaire de bonne qualité (présentant un coefficient de corrélation élevé) a pu être observée entre ces deux variables, mais aussi entre le degré d'hétérogénéité et les erreurs standards sur la régression par moindres carrés (cette corrélation étant aussi valable pour les erreurs types sur les composantes de contrainte). Les analyses ont également mis en avant l'influence de l'anisotropie de chargement sur la qualité du tenseur calculé, qui semble amplifier dans cette étude les effets de l'hétérogénéité en modifiant les écarts de contraintes entre les points de mesures. Plus cette anisotropie augmente, plus les biais relatifs augmentent.

Malgré le fait que, dans la pratique, la méthode RPR requiert des courbes de récupération de très bonne qualité (courbes qui ne sont pas toujours disponibles), son utilisation en milieu

hétérogène donne, comparativement, de très bons résultats dans le calcul des contraintes *in situ*. Il a été montré que la dispersion des résultats diminuait significativement lors de l'utilisation de cette méthode avec trois forages. Cela va dans le sens de ce qui était attendu au début de l'étude, à savoir que la méthode RPR est bien adaptée aux mesures de contraintes dans des milieux hétérogènes et que l'augmentation d'information prélevée sur le terrain permet une meilleure précision dans le calcul du tenseur moyen des contraintes dans ce milieu.

De plus, la méthode RPR présente les meilleurs résultats pour le calcul des contraintes principales, tant en termes de justesse des résultats que de dispersion ou de rotation des contraintes. Au niveau des intensités de ces contraintes, les résultats sont assez proches pour la méthode 3 Forages et 2 Forages, la dernière accusant cependant une rotation du repère principal plus importante.

À propos de la méthode d'interprétation Divergente, des interrogations subsistaient quant à l'utilisation de trous de forages non convergents pour mieux prendre en compte l'impact de l'hétérogénéité sur le calcul du tenseur de contrainte. L'étude a montré que, en moyenne, les résultats des biais relatifs par rapport au tenseur appliqué n'étaient pas de meilleure qualité lorsque les prises de mesures étaient dispersées. Toutefois, les erreurs standards sur la régression de la méthode Divergente sont près de deux fois inférieures à celle générées lors de l'utilisation des méthodes RPR. L'étude portant sur l'intensité des contraintes principales a montré que les résultats des méthodes Convergente et Divergente étaient bien centrées sur les valeurs du tenseur appliqué. Ces deux méthodes présentent des dispersions d'intensité similaires mais près de deux fois plus importantes que celle issues des méthodes RPR. Cependant, entre ces méthodes, la Divergente est celle qui génère le spectre de résultats le plus étendu (et donc les plus grands extremum). En moyenne, les contraintes principales calculées par ces deux méthodes présentent assez peu de rotation par rapport au tenseur appliqué sur le modèle et la dispersion des orientations reste faible (ces méthodes présentent un indice de dispersion élevé). Les orientations des contraintes issues de la méthode Divergente sont toutefois plus dispersées que celles issues de la Convergente. La différence de qualité entre ces deux méthodes n'est cependant pas assez nette pour rejeter l'une par rapport à l'autre. Cela conforte donc la pratique courante des prises de mesures au Doorstopper utilisant des forages non convergents.

Les contraintes partielles en fond de trou de forages ($\bar{\sigma}_x$ et $\bar{\sigma}_y$) sont fonction de la contrainte parallèle à l'axe du forage σ_z . Pour les méthodes de mesures traditionnelles, cette composante de contrainte n'est pas connue et elle est estimée en faisant des mesures dans des forages supplémentaires. Si dans ces forages l'état de contrainte est très différent de celui qui règne au fond du premier forage, σ_z est mal estimé, et donc les contraintes au fond du trou le sont également (elles sont soit surestimées, soit sous-estimées). En milieu hétérogène (i.e. dans un

milieu ayant des gradients de contraintes), cela influence le calcul de l'état de contrainte moyen et donc les biais relatifs par rapport au tenseur appliqué ainsi que la dispersion des résultats. Ce problème ne se pose pas lorsque l'état de contrainte dans le milieu est homogène. Avec la méthode RPR, les contraintes en fond de trou de forage ne sont pas estimées en faisant appel à des mesures dans des forages supplémentaires, étant donné que la contrainte σ_z parallèle au forage est calculée indépendamment. Les contraintes locales sont donc mieux estimées par cette méthode. Cette différence pourrait expliquer l'écart de qualité entre les résultats des biais relatifs issus des méthodes RPR et ceux issus des autres méthodes. De la même manière, cette différence expliquerait les valeurs plus élevées des erreurs standards sur la régression de la méthode RPR (2 et 3 Forages confondues). En effet, pour les méthodes traditionnelles, la réduction par les moindres carrés du système d'équation se fait en ajustant la valeur de σ_z dans chaque forage, ce qui rend plus "flexible" la détermination du tenseur moyen et ce qui semble générer moins d'erreurs standards dans le calcul.

Limites de l'étude et recommandations

Les limites des résultats présentés dans ce mémoire dépendent du champ d'applicabilité des travaux dont ils sont issus. Ces travaux sont valables tant que les hypothèses de travail énoncées sont respectées. Il est donc important d'apprécier ces limitations lors d'éventuelles réutilisations des résultats de cette étude.

Une des limites de la modélisation est la caractérisation de l'hétérogénéité du milieu. La forme et la répartition des blocs d'hétérogénéité peuvent générer des concentrations de contraintes aux abords des zones de transition des propriétés. Afin d'en maîtriser au maximum les conséquences, les points de prise des mesures de contraintes ont été choisis de manière à être influencés par l'hétérogénéité du modèle sans que cela implique des variations de contraintes disproportionnées dues uniquement à la singularité géométrique de ce dernier. Une autre différence par rapport à des matériaux que l'on peut trouver dans les massifs rocheux est que ceux utilisés dans chaque bloc suivent un comportement entièrement élastique linéaire et isotrope.

Les résultats de cette étude sont à relativiser en fonction du milieu dans lequel on souhaite faire une transposition. Il est avéré que tout massif rocheux est fracturé à un degré plus ou moins élevé. Cela entraîne inévitablement une réorganisation des contraintes, en général imprévisible, sans connaissance exacte des plans de fracturation et de leur comportement. Le massif devient un milieu discontinu dans lequel les équations établies jusqu'à présent ne s'appliquent plus (ou dans une moindre mesure). Dans cette étude, les variations ou les concentrations de contraintes entre deux points, même très proches, dues à la présence de fractures ou de joints sont négligées.

En ce qui concerne les résultats et leur analyse, il est très important de tenir compte de certains facteurs pouvant en pratique amoindrir leur portée.

En pratique, la méthode RPR peut engendrer des erreurs assez importantes dans le calcul des tenseurs de contrainte si les courbes de récupération n'ont pas la qualité requise pour une bonne estimation de la valeur RPR. Comme pour toute mesure de déformation en fond de trou de forage, il est nécessaire de bien prendre en compte les erreurs expérimentales (déficience d'une ou plusieurs jauges d'extensométrie, problèmes liés au collage des jauges, etc ...).

Toutefois, la méfiance éventuelle vis-à-vis de cette méthode doit tenir compte de ses bons résultats. En effet, la méthode d'interprétation des mesures au RPR a été utilisée à plusieurs reprises dans des campagnes *in situ* (Corthésy *et al.*, 1999), et des travaux dans le domaine ont permis d'établir que cette méthode donnait de bons résultats en milieu hétérogène (Yaméogo, 2008).

Il peut être intéressant de noter que l'utilisation de données redondantes, issus de la modélisation numérique, pour former des combinaisons de tenseurs partiels nécessaires à l'obtention de l'état de contraintes moyen, peut introduire une certaine corrélation entre les résultats. Cette corrélation n'influence pas la comparaison qualitative des différentes méthodes entre elles, car elle intervient pour chacune d'elles. Il est toutefois important d'en tenir compte dans la pratique si l'on souhaite réutiliser les résultats issus de ce mémoire.

Les études menées dans le cadre de ma maîtrise ont permis de mieux cerner la détermination du tenseur de contrainte moyen en utilisant différentes méthodes d'interprétation des mesures au Doorstopper, avec comme seules sources d'erreurs celles imputables à l'hétérogénéité. Les études ont également permis d'apprécier les forces et les faiblesses de chaque méthode et d'en faire la comparaison au niveau de la qualité des résultats obtenus en milieu hétérogène, tout en pouvant les comparer au tenseur moyen appliqué sur le modèle. Cela a notamment permis de voir que la méthode d'interprétation pour les mesures au Doorstopper la plus utilisée dans le monde (la méthode de Gray et Toews) n'est pas la mieux adaptée lorsque le milieu de mesure est hétérogène.

Les seules sources d'erreurs dans la détermination du tenseur des contraintes par la méthode des moindres carrés sont imputables à l'hétérogénéité.

En revanche, l'influence de l'anisotropie de chargement en milieu hétérogène sur la qualité des résultats n'a pas été clairement démontrée. La répartition des contraintes dans le milieu est influencée à la fois par l'hétérogénéité et par le type de chargement. Puisque la combinaison de ces deux effets peut accentuer les écarts entre les tenseurs de contrainte ou de déformation locaux utilisés, cela peut avoir un impact sur le calcul du tenseur de contrainte moyen.

Afin de poursuivre les études présentées dans ce mémoire, il serait tout à fait envisageable

d'introduire dans les modèles numériques, ou lors du traitement des données, un certain nombre d'erreurs aléatoires, modélisant les erreurs expérimentales liées à chaque méthode. De cette manière il deviendrait possible de quantifier les erreurs maximales acceptables rendant la méthode du RPR moins performante que les autres. Par exemple, en quantifiant l'erreur en % sur la détermination de σ_Z par la méthode RPR qui entraînerait des résultats moins bons que si on utilisait la méthode Divergente.

Dans la pratique, il est possible que l'utilisation de la méthode RPR ne soit pas envisageable pour toutes les mesures à cause de la mauvaise qualité de certaines courbes de récupération. Il serait alors intéressant de pouvoir mettre à profit l'ajout d'une équation supplémentaire fournie par le RPR lorsque cette méthode est applicable (quatre équations), avec des mesures utilisant la méthode Divergente ou Convergente (trois équations), lorsque les courbes de récupération ne sont pas exploitables. La combinaison de ces méthodes pour le traitement des données améliorerait la qualité du tenseur final.

RÉFÉRENCES

- AMANDEI, B. et STEPHANSSON, O. (1997). *Rock Stress and Its Measurement*. Chapman and Hall, London, 490 p.
- BLACKWOOD, R. (1978). Diagnostic stress relief curves in stress measurements by over-coring. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 15, pp. 205–209.
- BOIVIN, V. (2005). *Micro-hétérogénéités des paramètres de déformabilité des roches et mesures de contraintes in situ*. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal.
- CORTHÉSY, R. et GILL, D. (1993). Stress measurements in soft rocks. *International Symposium on Geotechnical Engineering of Hard soils-Soft rocks, Athens, Greece*. pp. 439–446.
- CORTHÉSY, R., GILL, D. et OUELLET, J. (1993). *Méthodes de mesures des contraintes dans les massifs de roches dures*. Centre de recherche minérales, Gouvernement du Québec Ministère de l'énergie et des Ressources.
- CORTHÉSY, R., LEITE, M., GILL, D. et GAUDIN, B. (2003). Stress measurements in soft rocks. *Engineering Geology*, vol. 69, pp. 381–397.
- CORTHÉSY, R. (1982). *Développement d'une méthode analytique d'interprétation des mesures de pressions des terrains par la technique du doorstopper pour les roches anisotropes et non linéaires*. École Polytechnique de Montréal. M. Sc. A. Thesis, 66 p.
- CORTHÉSY, R. (2010). *Communication personnelle*.
- CORTHÉSY, R. et GILL, D. (1990). *Évaluation du calcul du tenseur de contrainte tridimensionnelle à partir des tenseurs mesurés à l'aide du Borehole Slotter*. École Polytechnique de Montréal. Rapport pour le Centre de développement technologique.
- CORTHÉSY, R., GILL, D. et LEITE, M. (1991). The effect of heterogeneity on pointwise stress measurements. *Thirrd Int. Conf. on Residual Stresses, Kyoto*. pp. 405–410.
- CORTHÉSY, R., GILL, D. et LEITE, M. (1993a). An integrated approach to rock stress measurement in anisotropic non linear elastic rock. *Int.J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 30, pp. 395–411.
- CORTHÉSY, R., GILL, D., LEITE, M. et THOMPSON, P. (1993b). Stress measurements in high stress zones using the modified doorstopper technique. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 30, pp. 991–1002.
- CORTHÉSY, R. et LEITE, M. (2009). *Notes de cours GML6002, Mécanique des roches supérieure II*. École Polytechnique de Montréal.

- CORTHÉSY, R., LEITE, M. et GILL, D. (1994a). The RPR method for the doorstopper technique : Four or six stress components from one or two boreholes. *Int.J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 31, pp. 507–516.
- CORTHÉSY, R., LEITE, M. et GILL, D. (1997). Use of the modified doorstopper-IAM combination as a stress-meter. *International Symposium on Rock Stress, Kumamoto*. pp. 71–76.
- CORTHÉSY, R., LEITE, M., GILL, D., BASQUE, J. et COULSON, A. (1999). Stress measurements in mine pillars using the RPR method. *37th U.S Rock Mechanics Symposium, NARMS*. pp. 1181–1188.
- CORTHÉSY, R., LEITE, M., GILL, D., HE, G. et GERMAIN, P. (1994b). First Application of the RPR Method to Field Measurements. *1st North American Rock Mechanics Symposium, NARMS*. pp. 543–553.
- CYRUL, T. (1983). Notes on stress determination in heterogeneous rocks. *Int. Symp. On Field Measurements in Geomech. Zurich*. pp. 59–70.
- DANTU, P. (1958). Étude des contraintes dans les milieux hétérogènes. Application au béton. *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Série :Essais et Mesures*, vol. 40 :121, pp. 55–77.
- DYKE, C., HYETT, A. et HUDSON, J. (1988). A preliminary assessment of correct reduction of field measurement data : Scalars, vectors and tensors. *Proceedings of 2nd International Symposium on Field Measurements in Geomechanics, Kobe*. pp. 1085–1095.
- FAIRHUST, C. (1986). *In situ* stress determination - An appraisal of its significance in rock mechanics. *Proc. of the Int. Symp. on Rock Stress Measurement, Stockholm*. pp. 3–17.
- FAIRHUST, C. (1988). Ten years experience with hydraulic fracturing stress measurements. *Proc. 2nd Int. Workshop on Hydraulic Stress Measurements, Minneapolis, Vol. 1*. pp. 1–93.
- GILL, D. (1980). *Notes de cours 6.602, Mécanique des roches I*. École Polytechnique de Montréal.
- GILL, D., CORTHÉSY, R., OUELLET, J., DUBÉ, P. et NGUYEN, D. (1987). Improvements to standard doorstopper and Leeman cell stress measuring techniques. *Proc. 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Rock Mech., Kobe, Vol. 1*. pp. 75–83.
- GRAY, W. et TOEWS, N. (1967). Analysis of accuracy of the determination of the ground stress tensor by means of borehole devices. *Proc. 9th U.S. Symp. on Rock Mechanics, Golden*. pp. 45–78.
- GRAY, W. et TOEWS, N. (1973). Analysis of variance applied to data obtained by means of a six-element borehole deformation gauge for stress determination. *Fifteen Symposium on Rock Mechanics, South Dakota*. pp. 323–356.

- GRAY, W. et TOEWS, N. (1974). Optimization of the design and use of a triaxial strain cell for stress determination. *Field Testing and Instrumentation of Rocks, ASTM STP 554*. pp. 116–134.
- HAIMSON, B. (1986). *A simple method for estimating in situ stress at great depths*. ASTM STP 554. Field Testing and Instrumentation of Rock.
- HOCKING, G. (1976). Three-dimensional Elastic Stress Distribution Around the Flat End of a Cylindrical Cavity. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech*, vol. 13, pp. 331–337.
- ITASCA (2009a). *Flac^{3D} Command Reference*. Itasca Consulting Group Inc.
- ITASCA (2009b). *Flac^{3D} Example Applications*. Itasca Consulting Group Inc.
- ITASCA (2009c). *Flac^{3D} Fish in Flac3D*. Itasca Consulting Group Inc.
- ITASCA (2009d). *Flac^{3D} Plot Command Reference*. Itasca Consulting Group Inc.
- ITASCA (2009e). *Flac^{3D} Theory and Background*. Itasca Consulting Group Inc.
- ITASCA (2009f). *Flac^{3D} User's Guide*. Itasca Consulting Group Inc.
- LEEMAN, E. (1969). The Doorstoppers and Triaxial Rock Stress Measuring Instruments Developed by the C.S.I.R. *J. South Afr. Inst. Min. Metall.*, vol. 69, pp. 305–339.
- LEEMAN, E. (1971). The CSIR doorstopper and triaxial rock stress measuring instruments. *Rock Mech.*, vol. 3, pp. 25–50.
- LEIJON, B. (1989). Relevance of pointwise rock stress measurements : an analysis of overcoring data. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, vol. 26, pp. 61–68.
- LEITE, M., BOIVIN, V. et CORTHÉSY, R. (2010). Stress calculation methods for overcoring techniques in heterogeneous rocks. *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.*
- LEITE, M. et CORTHÉSY, R. (2001). Stress Measurements in Concrete Structures With Modified Doorstopper Technique. *Aci Structural Journal*, vol. 98, pp. 619–628.
- LEITE, M., CORTHÉSY, R., GILL, D., ST-ONGE, M. et DON, M. (1996). The IAM-A down-the-hole conditioner/data logger for the modified doorstopper technique. *Rock Mechanics, Tools and Techniques, Proceedings of the 2nd North American Rock Mechanics Symposium, NARMS'96, Vol. 1*. pp. 897–904.
- MARTIN, S. et SOUSA, L. (1987). Recent advances in the interpretation of the small flat jack method. *Proc. 6th Cong. ISRM, Montréal, Vol. 2*. pp. 1241–1244.
- PINTO, J. et CHARRUA-GRAÇA, J. (1983). Determination of the state of stress rock masses by the small flat jack (S.F.J.) method. *Proc. 5th Cong of the ISRM, Melbourne*. pp. 79–83.

- PRIEST, S. (1993). *Discontinuity Analysis for Rock Engineering*. Chapman and Hall, London, 473 p.
- RAHN, W. (1984). Stress concentration factors for the interpretation of doorstopper stress measurements in anisotropic rocks. *International Journal of Rock Mechanics, Mineral Science and Geomechanical Abstracts*, vol. 21, pp. 313–326.
- ROCHA, M. (1966). A new technique for applying the method of the flat jack in the determination of stresses inside rock masses. *Proc. 1st Cong. of the ISRM, Lisbon*. pp. 57–65.
- SAVAGE, W., AMADEI, B. et SWOLFS, H. (1986). Influence of rock fabric on gravity induced stresses. *Proc. Int. Symp. on Rock Stress and Rock Stress Measurements*. pp. 99–110.
- SOUSA, L., MARTIN, S. et LAMAS, L. (1986). Developpement of the techniques of measurement and interpretation of the state of stress in rock masses : Application to Castelo do Bode tunnel. *Proc. 5th Int. IAGE Cong. Buenos Aires, Vol. 1*. pp. 319–328.
- THOMPSON, P., CORTHÉSY, R. et LEITE, M. (1997). Rock Stress Determinations at Great Depth Using the Modified Doorstopper Gauge. *International Symposium on Rock Stress*. pp. 65–70.
- TINCELIN, M. (1959). *Mesures des pressions de terrains dans les mines de fer de l'Est*. Ann. Inst. Tech. de Batiment et des Travaux Publics, Série Sols et Fondations, N. 58., pp. 972-990.
- YAMÉOGO, S. (2008). *Influence de l'hétérogénéité et de l'endommagement de la roche dans l'interprétation des mesures de contraintes in situ*, PhD. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 368p.
- ZOBACK, M. et HAIMSON, B. (1982). Status of hydraulic fracturing method for *in situ* stress measurements. *Proc. 23rd U.S. Symp on Rock Mech*. pp. 143–155.

ANNEXE A

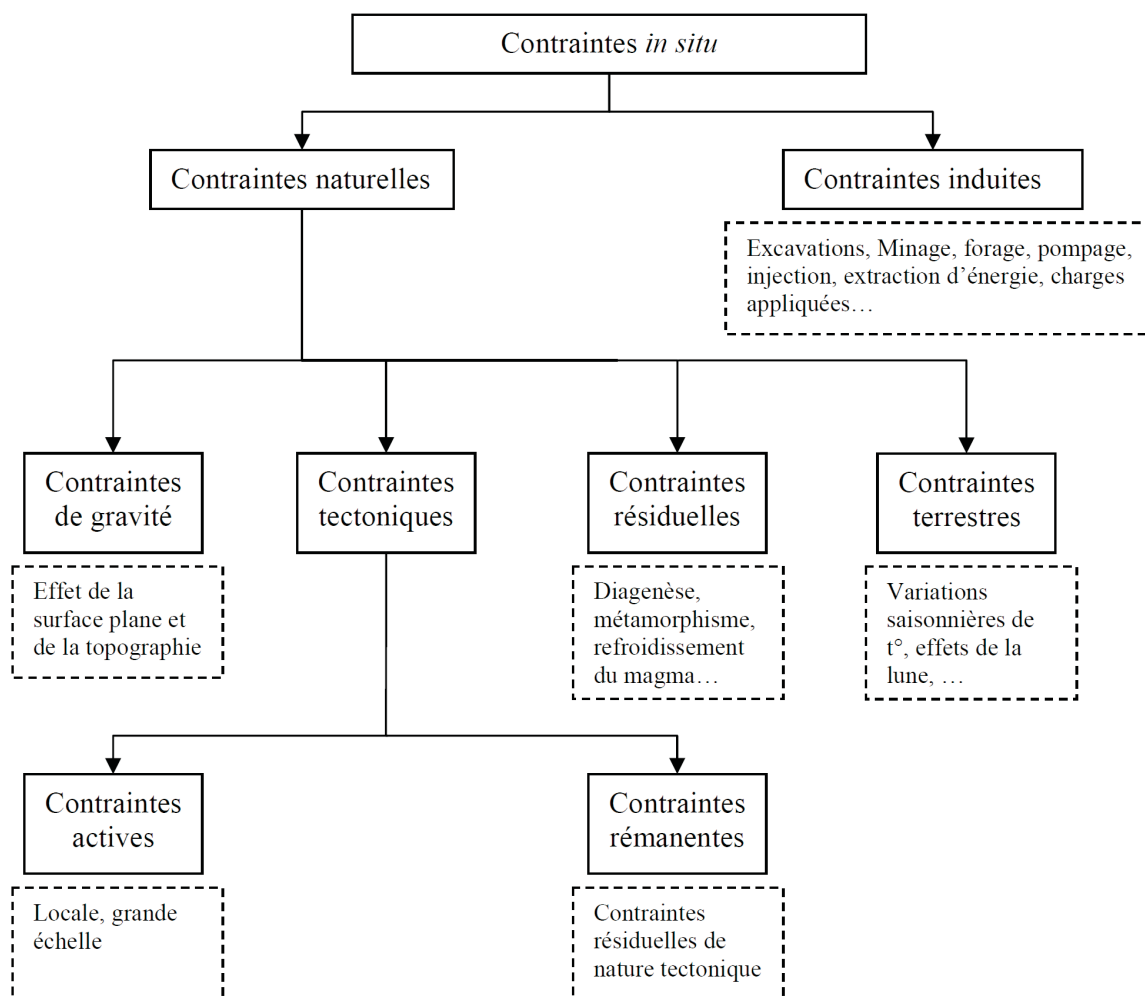
Les différents types de contraintes *in situ*

Figure A.1 : Les différents types de contraintes *in situ*, d'après Amandei et Stephansson (1997)

ANNEXE B

Cellule du Doorstopper Modifiée (sans Module d'Acquisition Intelligent)

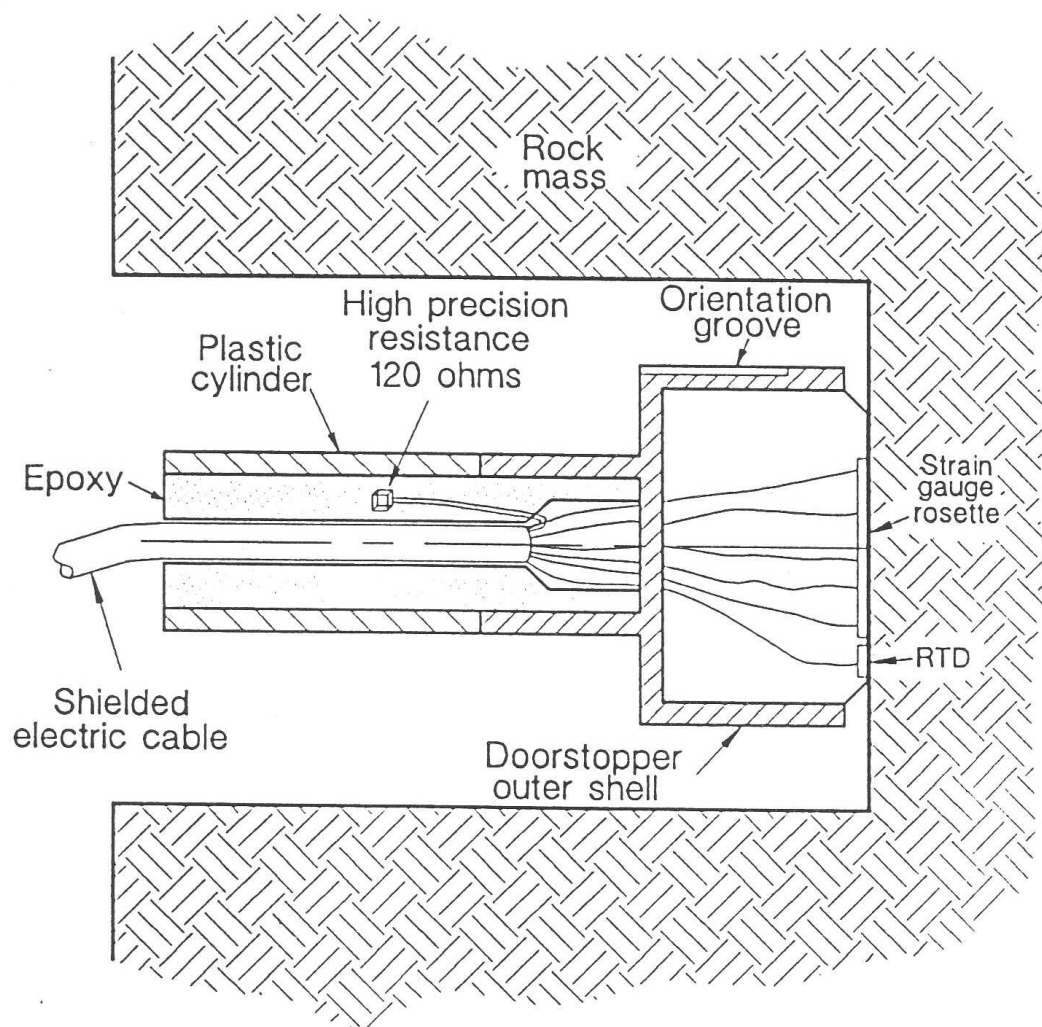


Figure B.1 : Cellule du Doorstopper Modifiée, d'après Corthésy *et al.*, 1994a.

ANNEXE C

Relation entre le RPR et le SR en fonction du coefficient de Poisson

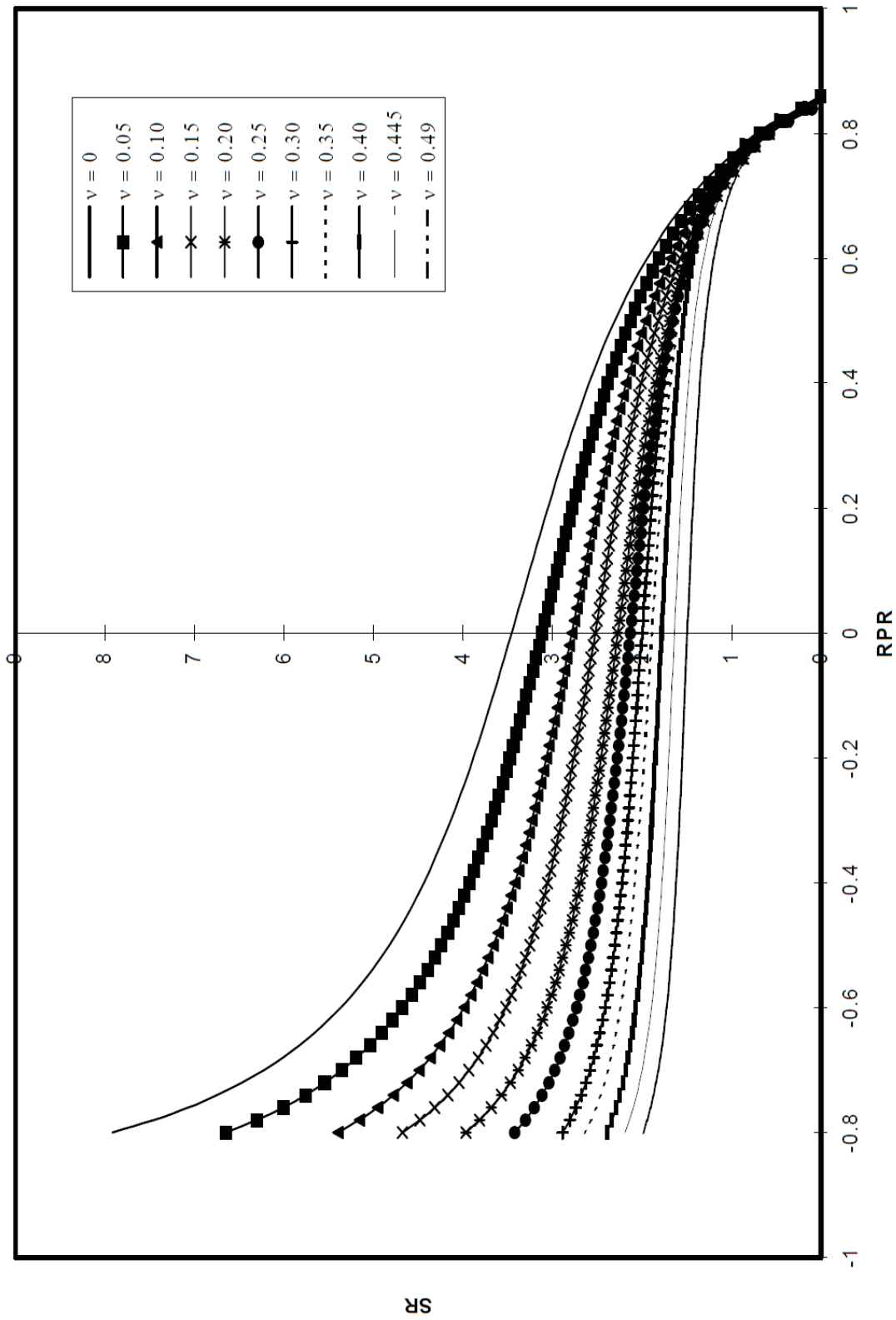


Figure C.1 : Relation entre le RPR et le SR en fonction du coefficient de Poisson, d'après Corthésy *et al.* (1994a).

ANNEXE D

Densité du maillage des modèles numériques

La densité du maillage des modèles numériques a une importance sur la convergence des données calculées par le modèle. Si le maillage est trop grossier, les données contenues dans les zones correspondant aux subdivisions du modèle ne seront pas assez précises. Par exemple, si le cube servant au modèle n'est pas subdivisé, l'ensemble du cube sera représenté par une unique zone. En tout point de ce cube de 10 m de coté les contraintes calculées en son centroïde seront identiques et représenteront un état de contrainte moyen au sein du modèle. En revanche, si la subdivision est de deux par direction principale, le cube sera composé de huit zones. Ainsi chaque zones contiendra un tenseur de contrainte propre, représentatif du tenseur présent à cet endroit.

En augmentant le nombre de subdivision, on augmente le nombre de centroïdes, et par là même le nombre de tenseur de contrainte calculé. La densification du maillage a pour but d'étudier la variation des données (ici des valeurs des contraintes) en un point de coordonnées (x,y,z) du modèle en fonction de l'augmentation des subdivisions. Lorsque la variation des données en ce point est considérée comme négligeable au passage d'une densité d_1 à d_2 , avec $d_1 < d_2$, on peut supposer le maillage d_1 comme suffisamment dense pour l'étude.

Les tests pour cette étude préliminaire ont été réalisé sur un cube de 10 m de coté¹. Le modèle était subdivisé en quatre blocs de propriétés différentes (voir la section 4.1 page 42). Les chargements de contraintes imposés aux frontières étaient de 50 *MPa* en compression sur chaque face (pas de cisaillement imposé). L'étude de convergence des contraintes s'est déroulée en se focalisant sur les données contenues sur les quatre diagonales du cube (chaque diagonale traversant deux blocs de propriété différentes). Il était attendu que les plus grosses variations de contraintes soient localisées aux abords des discontinuités de propriété, c'est à dire sur les parties centrales des diagonales. C'est dans ces zones qu'ont pu être appréciées le plus nettement les différences entre les modèles de densités de maillages différents. Les figures D.1, D.2, D.3 et D.4 représentent les variation de la contrainte S_{XX} en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision². X_0 est la distance en mètre sur la diagonale. $X_0 = 0$ pour l'élévation $z = 0$ m et $X_0 = 10\sqrt{3}$ pour l'élévation $z = 10$ m.

1. Les dimensions du modèle n'ont pas d'influences sur la répartition des contraintes au sein de ce dernier.

2. Seule la Série 1 correspondant aux mêmes chargements et mêmes répartitions des propriétés est présentée, sur un total de quatre séries.

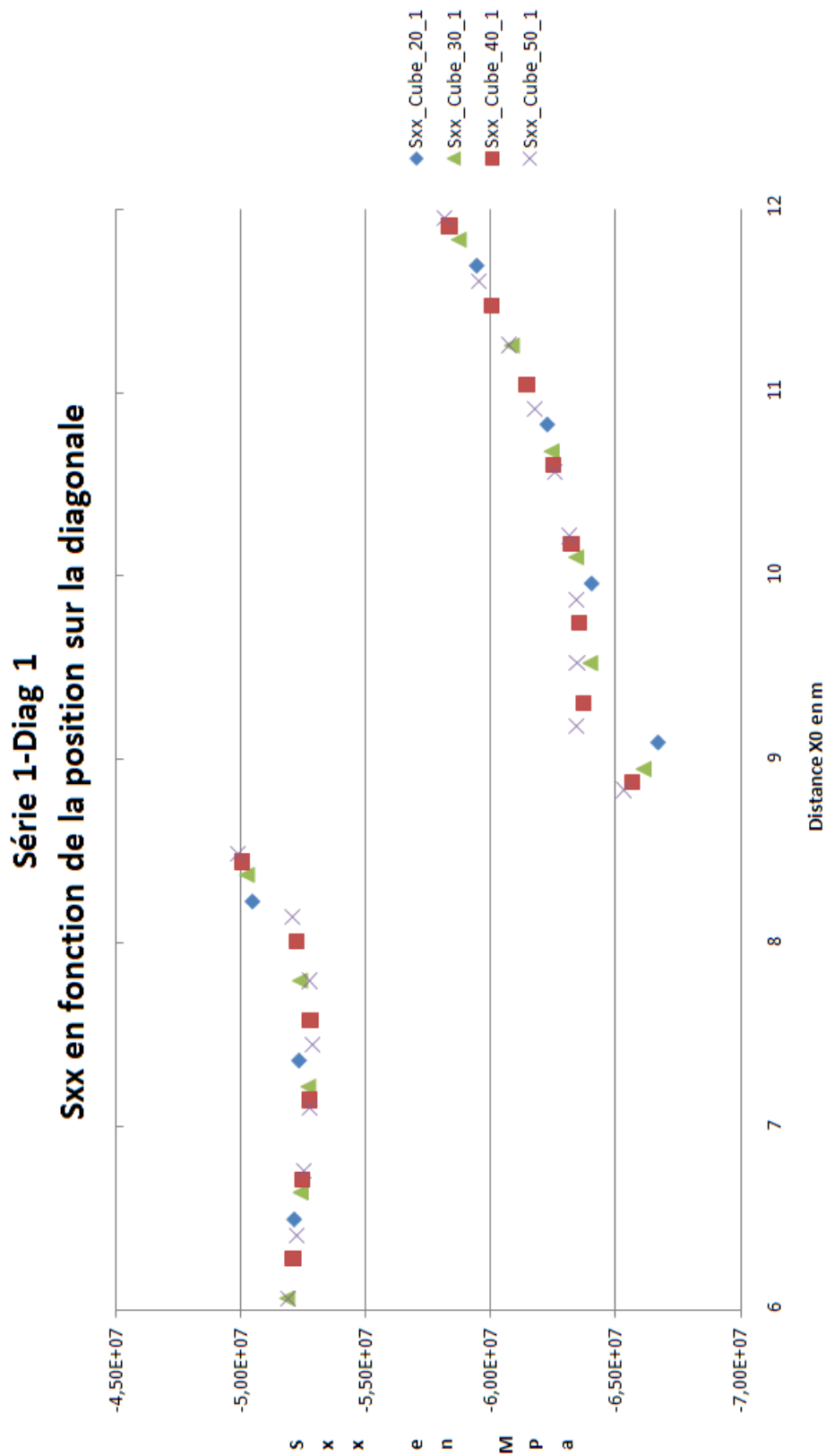


Figure D.1 : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1

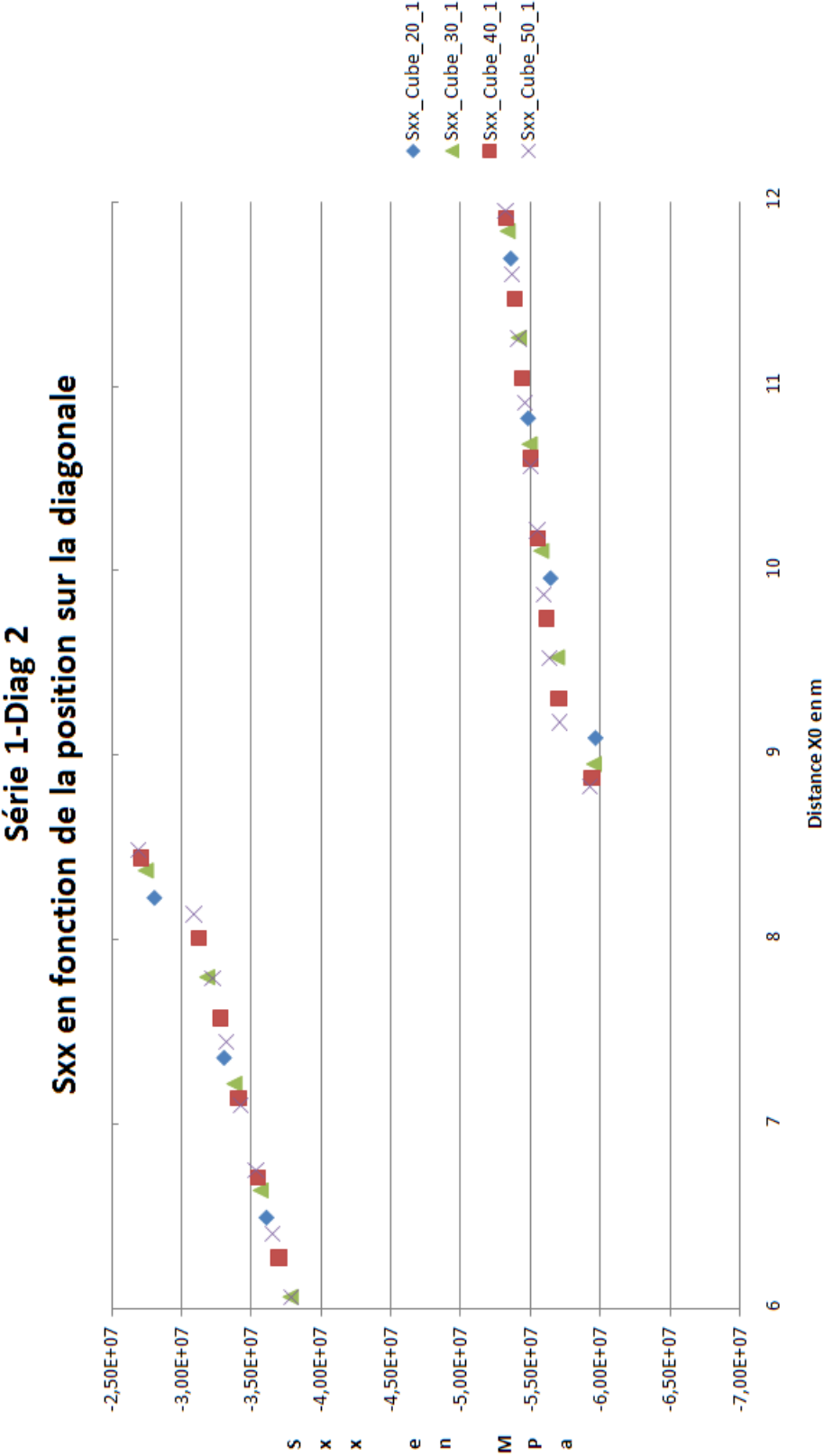


Figure D.2 : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1

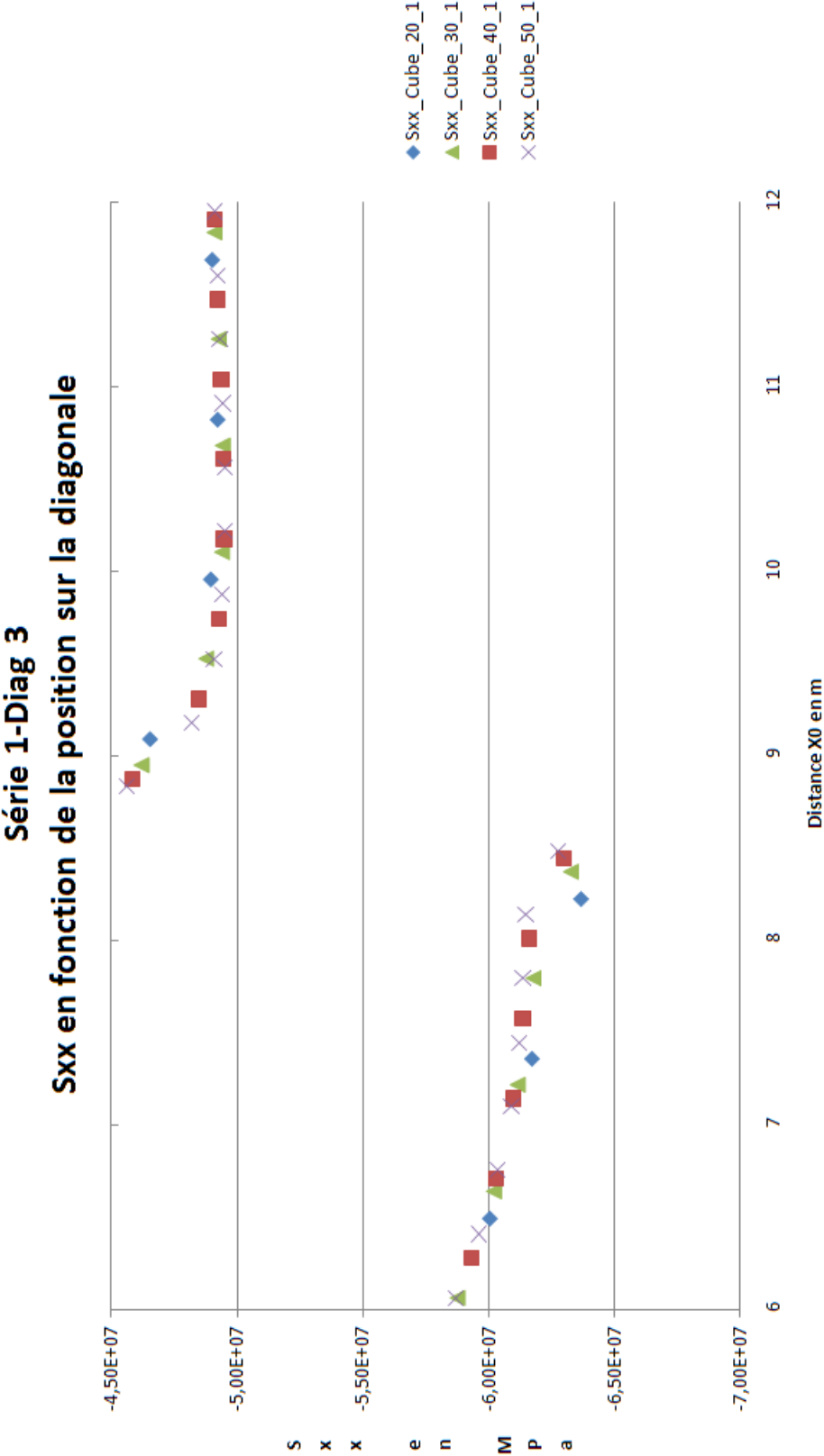


Figure D.3 : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1

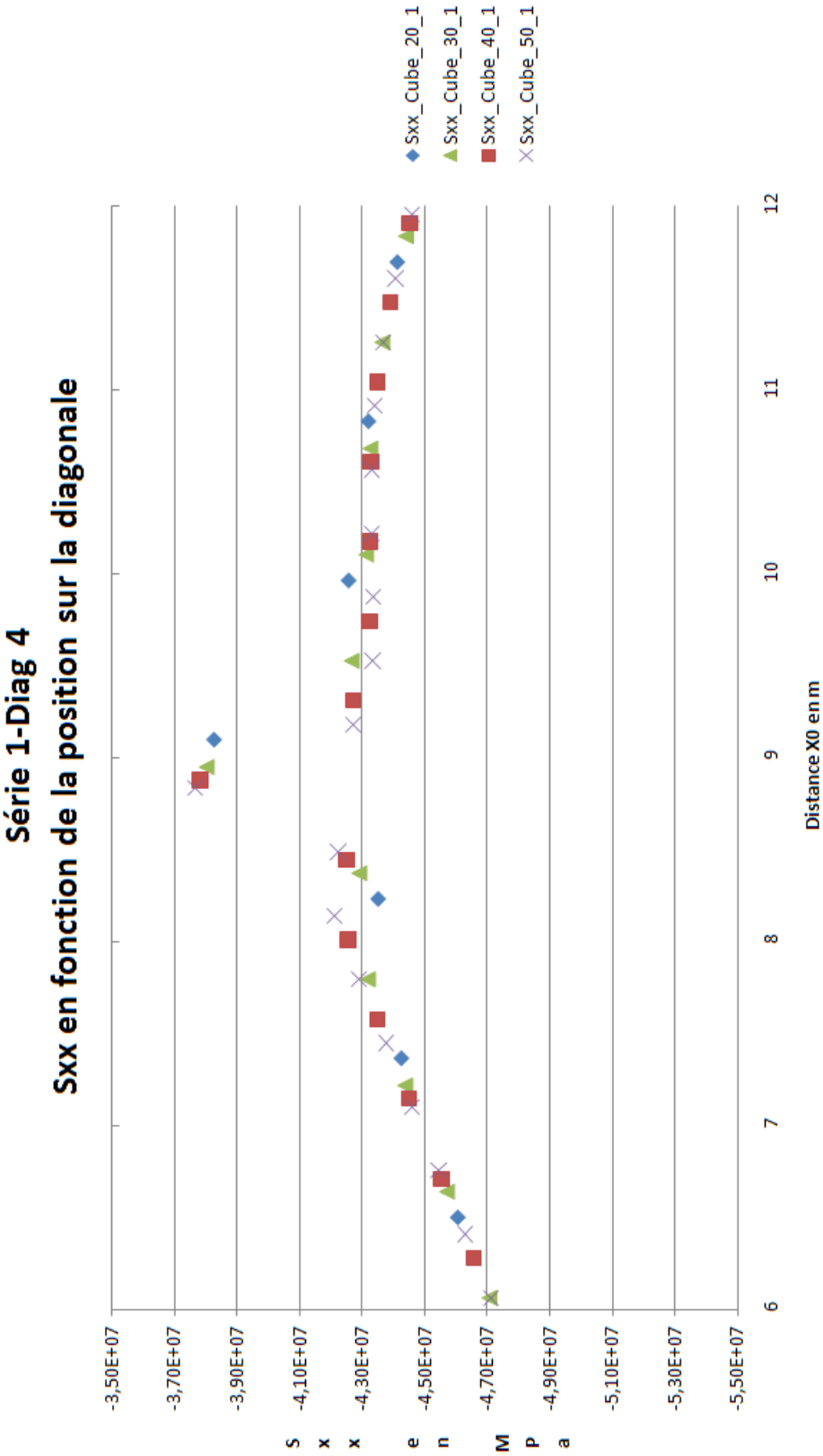


Figure D.4 : Variation de la contrainte suivant l'axe X en fonction de la position X_0 sur la diagonale pour différents cas de subdivision - Série 1

ANNEXE E

Tableur Excel de traitement des données sorties de Flac

Les données sorties de Flacs sont sous forme de fichier *.dat* lisible par Excel(E.1). Elles rassemblent des informations sur les huit zones de prélèvement choisies dans le modèle numérique, telles que :

- Le numéro de référencement de la zone du modèle numérique
- Les coordonnées du centroïde auquel sont associées les informations prélevées
- Le module de compressibilité et le module de cisaillement
- Les six composantes du tenseur des contraintes

Une partie de ces données n'a pas d'intérêt pour le calcul du tenseurs, mais permet en cas de problème de connaître le numéro et les coordonnées des centroïdes incriminés.

Les informations ainsi rassemblées sont ensuite insérées dans un fichier Excel permettant le calcul des tenseurs de contraintes moyens de différentes façons. Un exemple de fichier de traitement des données est présenté à la figure E.2 (les données de la figure E.1 sont insérées dans la *zone d'entrée* située entre les bandes rouges en haut sur la gauche de la figure E.2).

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|----|-------------|---------------------|--------------|---------------|-----------|-----------|-----------|---------|----------|----------|
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | Numero_Zone | Coord_Centre | Bulk_Modulus | Shear_Modulus | Sxx | Syy | Szz | Sxy | Sxz | Syz |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | 0 | | | | | | | | | |
| 5 | 21334 | (3.375,3.375,3.375) | 4,21E+10 | 2,42E+10 | -5,51E+07 | -5,42E+07 | -2,43E+07 | 535030 | -37073,4 | 165244 |
| 6 | 21347 | (6.625,3.375,3.375) | 2,63E+10 | 2,10E+10 | -5,00E+07 | -4,83E+07 | -1,82E+07 | 436143 | 141818 | -263143 |
| 7 | 21854 | (3.375,6.625,3.375) | 1,96E+10 | 1,89E+10 | -4,53E+07 | -4,72E+07 | -1,64E+07 | 651894 | -394563 | 366040 |
| 8 | 21867 | (6.625,6.625,3.375) | 2,74E+10 | 1,89E+10 | -5,14E+07 | -5,25E+07 | -2,20E+07 | 262508 | -528383 | -407874 |
| 9 | 42134 | (3.375,3.375,6.625) | 3,72E+10 | 2,56E+10 | -5,34E+07 | -5,23E+07 | -2,22E+07 | 286565 | -172478 | 3156,45 |
| 10 | 42147 | (6.625,3.375,6.625) | 2,81E+10 | 2,25E+10 | -5,22E+07 | -4,93E+07 | -2,02E+07 | 63089,9 | -228637 | -175699 |
| 11 | 42654 | (3.375,6.625,6.625) | 2,50E+10 | 1,72E+10 | -4,85E+07 | -5,15E+07 | -2,06E+07 | 86248,3 | -304410 | -15160,9 |
| 12 | 42667 | (6.625,6.625,6.625) | 1,92E+10 | 1,84E+10 | -4,57E+07 | -4,67E+07 | -1,72E+07 | -436317 | -408988 | -414084 |

Figure E.1 : Fichier *.dat* extrait de Flac, ouvert sous Excel 2007.

ANNEXE F

Orientation des tenseurs partiels de contraintes

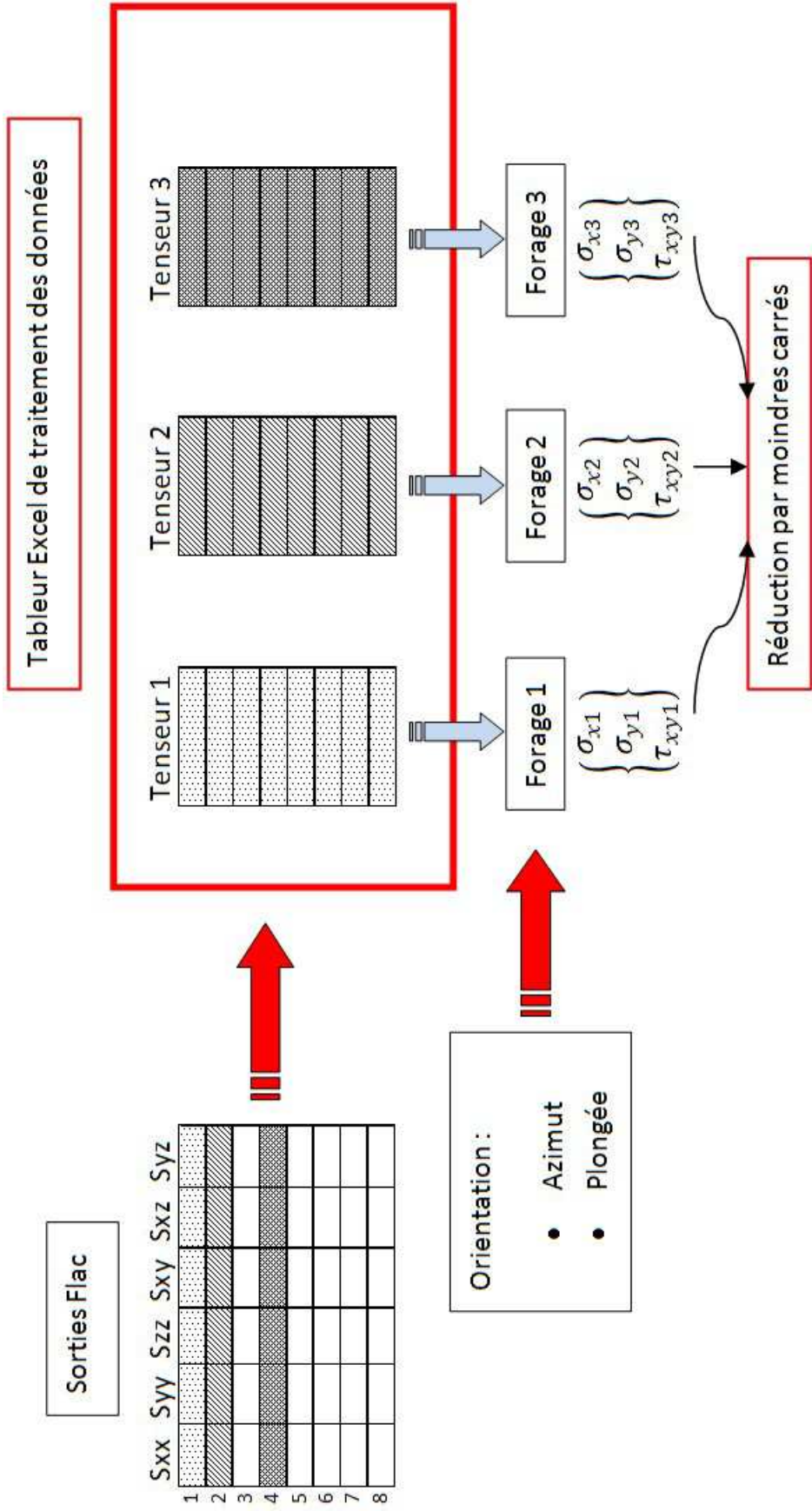


Figure F.1 : Orientation des tenseurs partiels de contraintes en utilisant des forages "virtuels" (méthodes utilisant les tenseurs partiels de contrainte).

ANNEXE G

Propriétés des matériaux utilisés dans les modèles numériques

Le code *Fish* ci-dessous est celui utilisé dans Flac 3D pour définir les propriétés numériques des matériaux. Les valeurs sont en Pa.

K_i : module de compressibilité.

G_i : module de cisaillement.

```

;-----new
;-----
;Définition des propriétés de matériaux suivant une loi de distribution normale (Gauss)
;Dispersion de 10%
;-----1
def Property_K_30_G20_Dis_10%
global K1 = 29622289124
global K2 = 29457863851
global K3 = 32637646048
global K4 = 26778560671
global K5 = 32323924946
global K6 = 25892662810
global K7 = 32819158453
global K8 = 32631909410
global G1 = 19690867298
global G2 = 17473778421
global G3 = 19420788299
global G4 = 21499370228
global G5 = 19837723408
global G6 = 22478700480
global G7 = 19712217686
global G8 = 17882628122
end
@Property_K_30_G20_Dis_10%
save Property_K30_G20_Dis_10%_1
;-----2

```

```
def Property_K_30_G20_Disp_10%
```

```
global K1 = 33979835128
```

```
global K2 = 25209382178
```

```
global K3 = 28716793925
```

```
global K4 = 31204427917
```

```
global K5 = 33405141342
```

```
global K6 = 27233583144
```

```
global K7 = 31728099051
```

```
global K8 = 36967675290
```

```
global G1 = 18554794729
```

```
global G2 = 20270324563
```

```
global G3 = 16907245077
```

```
global G4 = 19225988176
```

```
global G5 = 17378527041
```

```
global G6 = 18122939360
```

```
global G7 = 20536103926
```

```
global G8 = 20365780579
```

```
end
```

```
@Property_K_30_G20_Disp_10%
```

```
save Property_K30_G20_Disp_10%_2
```

```
;
```

```
def Property_K_30_G20_Disp_10%
```

```
global K1 = 19632633515
```

```
global K2 = 27475988494
```

```
global K3 = 28275959570
```

```
global K4 = 25244361344
```

```
global K5 = 30102949116
```

```
global K6 = 30971534746
```

```
global K7 = 29087052629
```

```
global K8 = 30536771267
```

```
global G1 = 18501843947
```

```
global G2 = 17989211806
```

```
global G3 = 19636243047
```

```
global G4 = 14596437318
```

```
global G5 = 20947266017
```

```
global G6 = 18553998921
```

```

global G7 = 22109882189
global G8 = 19929070782
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%-3
;-----4
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 26794037997
global K2 = 29593353550
global K3 = 28814207629
global K4 = 28077179271
global K5 = 30444896386
global K6 = 30277739218
global K7 = 31467801667
global K8 = 30520922185
global G1 = 17079121385
global G2 = 20733766683
global G3 = 19380622739
global G4 = 19787933120
global G5 = 23761597327
global G6 = 22509327715
global G7 = 18966948169
global G8 = 16834940248
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%-4
;-----5
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 30011132215
global K2 = 33738412033
global K3 = 30144981414
global K4 = 27653394530
global K5 = 33261759502
global K6 = 27761265149
global K7 = 29708427367
global K8 = 30274055765

```

```

global G1 = 20937520781
global G2 = 19014389687
global G3 = 18283296918
global G4 = 20788047601
global G5 = 17307158992
global G6 = 18353237061
global G7 = 20810750862
global G8 = 18400871846
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%_5
;-----6
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 31754718824
global K2 = 27703857844
global K3 = 26148710579
global K4 = 34946441550
global K5 = 30469971155
global K6 = 33678787834
global K7 = 34934872777
global K8 = 30318100319
global G1 = 16824735717
global G2 = 20948634806
global G3 = 21607145350
global G4 = 21390326361
global G5 = 21414191502
global G6 = 18487628545
global G7 = 19094293344
global G8 = 18816178959
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%_2_1
;-----7
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 29057683908
global K2 = 33305203791

```

```

global K3 = 26526223640
global K4 = 31325586254
global K5 = 25853652308
global K6 = 26269555140
global K7 = 29817096068
global K8 = 33521777217
global G1 = 17622326191
global G2 = 18476200744
global G3 = 21665516720
global G4 = 23003806341
global G5 = 22020706233
global G6 = 23768800525
global G7 = 17219774741
global G8 = 20405682385
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%_2_2
;-----8
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 27622412593
global K2 = 31321790251
global K3 = 30397383246
global K4 = 34947341949
global K5 = 31811952188
global K6 = 31343065605
global K7 = 35034326023
global K8 = 29424937869
global G1 = 22010028766
global G2 = 17478862497
global G3 = 20800960152
global G4 = 19232743448
global G5 = 20732457011
global G6 = 22042747838
global G7 = 22138658601
global G8 = 22259348548
end

```



```

@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%_2_3
;-----9
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 34130897651
global K2 = 32889894404
global K3 = 29228623437
global K4 = 30129132331
global K5 = 34090993571
global K6 = 28870823674
global K7 = 36801619747
global K8 = 27449406237
global G1 = 20295824520
global G2 = 20214529337
global G3 = 19950346137
global G4 = 17920303940
global G5 = 20362356332
global G6 = 22477709131
global G7 = 18951357156
global G8 = 17006079866
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%_2_4
;-----10
def Property_K_30_G20_Disp_10%
global K1 = 27724717105
global K2 = 27453028300
global K3 = 31842064421
global K4 = 32874601250
global K5 = 32073525138
global K6 = 33043699053
global K7 = 33344221113
global K8 = 32420554210
global G1 = 20132363311
global G2 = 21996386345
global G3 = 22910255716

```

```

global G4 = 16481728886
global G5 = 21099897418
global G6 = 21881103344
global G7 = 18030875759
global G8 = 19410570126
end
@Property_K_30_G20_Disp_10%
save Property_K30_G20_Disp_10%_2_5
;-----
;Définition des propriétés de matériaux suivant une loi de distribution normale (Gauss)
;Dispersion de 20%
;-----1
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 31798991889
global K2 = 28400248842
global K3 = 32189035513
global K4 = 24396566763
global K5 = 25312396095
global K6 = 26326948803
global K7 = 34439966688
global K8 = 25021607901
global G1 = 18721377779
global G2 = 25582242011
global G3 = 22473107088
global G4 = 17882323441
global G5 = 13658075255
global G6 = 19809751898
global G7 = 18928105924
global G8 = 22560004759
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_1
;-----2
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 34179164534
global K2 = 29627752914

```

```

global K3 = 26950564309
global K4 = 36612931429
global K5 = 25392927303
global K6 = 30222432845
global K7 = 21351769495
global K8 = 33401082722
global G1 = 20852642188
global G2 = 28056085790
global G3 = 18081129888
global G4 = 18292073542
global G5 = 20021877895
global G6 = 17553513822
global G7 = 20333766366
global G8 = 19708898031
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_2
;-----3
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 35757920007
global K2 = 36126701919
global K3 = 26139692939
global K4 = 35816391422
global K5 = 29982790087
global K6 = 29625447344
global K7 = 34597209227
global K8 = 31251269168
global G1 = 19960982677
global G2 = 14708268787
global G3 = 13639739841
global G4 = 16281849235
global G5 = 16028327587
global G6 = 19932219907
global G7 = 21532207534
global G8 = 18830726327
end

```

```

@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_3
;-----4
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 25497632881
global K2 = 26627989276
global K3 = 42937161955
global K4 = 21286395016
global K5 = 27032800820
global K6 = 29227457010
global K7 = 37730914149
global K8 = 24722675183
global G1 = 17158242877
global G2 = 13298788468
global G3 = 18867720024
global G4 = 20907189133
global G5 = 17094073478
global G6 = 17704890120
global G7 = 20184427336
global G8 = 16338510755
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_4
;-----5
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 28670286914
global K2 = 36458417374
global K3 = 29956623924
global K4 = 26254719008
global K5 = 38479187272
global K6 = 35633323781
global K7 = 32598635547
global K8 = 26433762135
global G1 = 17620684553
global G2 = 26441732694
global G3 = 19752444637

```

```

global G4 = 19158935680
global G5 = 13216461007
global G6 = 20742138582
global G7 = 15315247361
global G8 = 18590569703
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_5
;-----6
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 34819539754
global K2 = 18717881934
global K3 = 36760692486
global K4 = 36322457011
global K5 = 27049390004
global K6 = 29203841980
global K7 = 35224146662
global K8 = 19754378475
global G1 = 20444142643
global G2 = 17834647729
global G3 = 23374952939
global G4 = 26971349649
global G5 = 15064954419
global G6 = 17960426299
global G7 = 22325477908
global G8 = 15925318217
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_2_1
;-----7
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 23997225829
global K2 = 37039898264
global K3 = 31707021511
global K4 = 26156043380
global K5 = 32778285761

```

```

global K6 = 23181845639
global K7 = 34843018360
global K8 = 38430879461
global G1 = 20241116140
global G2 = 17850218278
global G3 = 13152432580
global G4 = 17692252691
global G5 = 21123044058
global G6 = 20173704393
global G7 = 20453073881
global G8 = 19413921614
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_2_2
;-----8
def Property_K_30_G20_Disp_20%
global K1 = 20780452208
global K2 = 35798056009
global K3 = 26042647581
global K4 = 27446152520
global K5 = 38125343811
global K6 = 32503684300
global K7 = 32576978204
global K8 = 26999554241
global G1 = 15777561708
global G2 = 17788804649
global G3 = 15151565599
global G4 = 20200052455
global G5 = 17196709955
global G6 = 13117744452
global G7 = 24178364179
global G8 = 26797763490
end
@Property_K_30_G20_Disp_20%
save Property_K30_G20_Disp_20%_2_3
;-----9

```

```
def Property_K_30_G20_Disp_20%
```

```
global K1 = 27181284925
```

```
global K2 = 43192657207
```

```
global K3 = 26772680788
```

```
global K4 = 28464838882
```

```
global K5 = 31705589057
```

```
global K6 = 19855496096
```

```
global K7 = 22181938069
```

```
global K8 = 32896858859
```

```
global G1 = 21246780812
```

```
global G2 = 22994283932
```

```
global G3 = 22344709173
```

```
global G4 = 15627149474
```

```
global G5 = 16991118678
```

```
global G6 = 14702393451
```

```
global G7 = 16038832251
```

```
global G8 = 17263212208
```

```
end
```

```
@Property_K_30_G20_Disp_20%
```

```
save Property_K30_G20_Disp_20%_2_4
```

```
;
```

10

```
def Property_K_30_G20_Disp_20%
```

```
global K1 = 32376052635
```

```
global K2 = 27373602127
```

```
global K3 = 20410524333
```

```
global K4 = 33448080861
```

```
global K5 = 28918988240
```

```
global K6 = 22061298144
```

```
global K7 = 30434354206
```

```
global K8 = 40682233551
```

```
global G1 = 24701805665
```

```
global G2 = 25068113751
```

```
global G3 = 18486218828
```

```
global G4 = 21382436494
```

```
global G5 = 23893783287
```

```
global G6 = 21201569830
```

```

global G7 = 13308738340
global G8 = 15811067492
end
@Property_K_30_G20_Dis_20%
save Property_K30_G20_Dis_20%_2_5
new
;-----
;Définition des propriétés de matériaux suivant une loi de distribution normale (Gauss)
;Dispersion de 30%;-----1
def Property_K_30_G20_Dis_30%
global K1 = 36542816209
global K2 = 49003427951
global K3 = 38322456324
global K4 = 38982592590
global K5 = 37101698429
global K6 = 23090332282
global K7 = 30802808700
global K8 = 42720643099
global G1 = 28183133104
global G2 = 17795262061
global G3 = 17698728293
global G4 = 21113678536
global G5 = 16561127773
global G6 = 9306525094
global G7 = 27237385944
global G8 = 17465743036
end
@Property_K_30_G20_Dis_30%
save Property_K30_G20_Dis_30%_1
;-----2
def Property_K_30_G20_Dis_30%
global K1 = 33424506758
global K2 = 36098734957
global K3 = 37020212252
global K4 = 29581600605
global K5 = 16625748534

```



```

global K6 = 31385531050
global K7 = 41380234355
global K8 = 23125406945
global G1 = 17193576746
global G2 = 15268044586
global G3 = 18816199422
global G4 = 10394044289
global G5 = 12637540345
global G6 = 19176516212
global G7 = 17640325091
global G8 = 14568897819
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_2
;-----3
def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 19681623447
global K2 = 34517060006
global K3 = 36173447673
global K4 = 43551261873
global K5 = 39750531262
global K6 = 29804111894
global K7 = 28288135430
global K8 = 29436104190
global G1 = 16751439539
global G2 = 21649266324
global G3 = 12057996678
global G4 = 12298471625
global G5 = 31542579159
global G6 = 17652221282
global G7 = 23387071956
global G8 = 15373800630
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_3
;-----4

```

```

def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 42139967112
global K2 = 26304483147
global K3 = 19566556451
global K4 = 27425838956
global K5 = 37206513146
global K6 = 28143498487
global K7 = 25009554823
global K8 = 19168109096
global G1 = 24150542736
global G2 = 20951558832
global G3 = 18934854375
global G4 = 18889124981
global G5 = 25559572855
global G6 = 22492674867
global G7 = 17170521056
global G8 = 18411190063
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_4
;-----5

```

```

def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 34595312930
global K2 = 35507909009
global K3 = 26136793925
global K4 = 38348874871
global K5 = 34061948857
global K6 = 51796549845
global K7 = 28688977030
global K8 = 26003493834
global G1 = 15426146597
global G2 = 28084198271
global G3 = 22134670467
global G4 = 18962814516
global G5 = 21005514605
global G6 = 25074884939

```

```

global G7 = 13659930624
global G8 = 20966435891
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_5
;-----6
def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 39902985312
global K2 = 51211126295
global K3 = 38929509931
global K4 = 33624477358
global K5 = 29488521780
global K6 = 32662502538
global K7 = 33270313300
global K8 = 53295142455
global G1 = 14432664607
global G2 = 19636484063
global G3 = 17652221282
global G4 = 10169108059
global G5 = 21618782335
global G6 = 21282251105
global G7 = 16847222974
global G8 = 29792420315
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_2_1
;-----7
def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 38317176707
global K2 = 40389098861
global K3 = 33762279448
global K4 = 29859199988
global K5 = 38769852684
global K6 = 31782719892
global K7 = 35124277322
global K8 = 34579637789

```

```

global G1 = 27227890819
global G2 = 24872963473
global G3 = 24221974450
global G4 = 14423483258
global G5 = 17556778908
global G6 = 30821713659
global G7 = 13177466422
global G8 = 27076569091
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_2_2
;-----8
def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 45822520254
global K2 = 29857818693
global K3 = 38455326679
global K4 = 18321037563
global K5 = 37150667898
global K6 = 37187543360
global K7 = 26518430407
global K8 = 20655528563
global G1 = 22959941412
global G2 = 17217109922
global G3 = 17404379428
global G4 = 8028830558
global G5 = 29005771062
global G6 = 16801814177
global G7 = 16965182163
global G8 = 17250295110
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_2_3
;-----9
def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 28571965989
global K2 = 32378938007

```

```

global K3 = 26184300244
global K4 = 33838301836
global K5 = 43481112546
global K6 = 27238074911
global K7 = 35749031970
global K8 = 35216844556
global G1 = 19623612439
global G2 = 18017708549
global G3 = 12318307704
global G4 = 21024607172
global G5 = 32091113604
global G6 = 19403021320
global G7 = 28375791367
global G8 = 14839263309
end
@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_2_4
;-----10
def Property_K_30_G20_Disp_30%
global K1 = 33671564173
global K2 = 30820775767
global K3 = 29900505827
global K4 = 31898728215
global K5 = 34354578778
global K6 = 51486484911
global K7 = 32416038569
global K8 = 31409217703
global G1 = 20312943484
global G2 = 23490392828
global G3 = 13165174601
global G4 = 14097088347
global G5 = 31150386854
global G6 = 16048923094
global G7 = 19487372406
global G8 = 21080541097
end

```

```

@Property_K_30_G20_Disp_30%
save Property_K30_G20_Disp_30%_2_5
new
;
;Définition des propriétés de matériaux suivant une loi de distribution normale (Gauss)
;Dispersion de 40%
;
;-----1
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 38013093975
global K2 = 24275285644
global K3 = 28713738023
global K4 = 46913654690
global K5 = 46751582734
global K6 = 37472731340
global K7 = 28374341885
global K8 = 35761767170
global G1 = 30516305338
global G2 = 23025597834
global G3 = 23166751412
global G4 = 37132551875
global G5 = 16074820956
global G6 = 26016962288
global G7 = 16912520146
global G8 = 16585484041
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_1
;
;-----2
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 32218953341
global K2 = 54003020371
global K3 = 43688968465
global K4 = 24305107975
global K5 = 19009966157
global K6 = 31277940100
global K7 = 24091522240

```

```

global K8 = 38377046470
global G1 = 10277574398
global G2 = 11031781974
global G3 = 23965951691
global G4 = 9767457009
global G5 = 15402558852
global G6 = 27975468179
global G7 = 9113912306
global G8 = 16392762114
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_2
;-----3
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 34977327990
global K2 = 33048508006
global K3 = 27768904905
global K4 = 60564260669
global K5 = 25160405888
global K6 = 62016250771
global K7 = 38313909348
global K8 = 33369132173
global G1 = 17496151991
global G2 = 26210357242
global G3 = 17899321897
global G4 = 12492703313
global G5 = 6015209288
global G6 = 23451414159
global G7 = 10981123119
global G8 = 26052741810
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_3
;-----4
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 21329968907

```

```

global K2 = 40663188732
global K3 = 31169973984
global K4 = 37018875294
global K5 = 44446286514
global K6 = 49785766199
global K7 = 45208433979
global K8 = 31879884621
global G1 = 13659766915
global G2 = 23524774002
global G3 = 21059688657
global G4 = 33192911865
global G5 = 24831872502
global G6 = 23581508281
global G7 = 33424869394
global G8 = 18466500983
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_4
;-----5
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 31774947123
global K2 = 31287176019
global K3 = 29702076821
global K4 = 17521823641
global K5 = 32174137990
global K6 = 44866254787
global K7 = 23708142938
global K8 = 12036479196
global G1 = 28040115063
global G2 = 9915449987
global G3 = 23203840606
global G4 = 16930973793
global G5 = 22929828042
global G6 = 28170991350
global G7 = 10489304764
global G8 = 8879098964

```



```

end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_5
;-----6
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 24562704160
global K2 = 41090960470
global K3 = 20439309840
global K4 = 35357051123
global K5 = 33558625394
global K6 = 35208376024
global K7 = 57303394745
global K8 = 37121520866
global G1 = 13491655914
global G2 = 22124761522
global G3 = 15311309249
global G4 = 19950732672
global G5 = 18233315637
global G6 = 21415846782
global G7 = 9438510966
global G8 = 31357333278
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_2_1
;-----7
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 27064178388
global K2 = 56616689865
global K3 = 27381937646
global K4 = 31350899765
global K5 = 32628403308
global K6 = 56605994208
global K7 = 55006447686
global K8 = 41117726899
global G1 = 22992092050
global G2 = 33001263142

```

```

global G3 = 17196118784
global G4 = 20053551048
global G5 = 17587256075
global G6 = 39951257855
global G7 = 19697911335
global G8 = 15954967744
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_2_2
;-----8
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 43889730326
global K2 = 31501593943
global K3 = 23920964698
global K4 = 8300365910
global K5 = 26019905666
global K6 = 38040651664
global K7 = 15798895068
global K8 = 7750630933
global G1 = 16330325303
global G2 = 27305316103
global G3 = 22805190888
global G4 = 6071270541
global G5 = 5091344570
global G6 = 19714445948
global G7 = 14684676494
global G8 = 4747773851
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_2_3
;-----9
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 60982482713
global K2 = 44344514057
global K3 = 41715292203
global K4 = 25636649146

```

```

global K5 = 13742382028
global K6 = 32915958248
global K7 = 39013247109
global K8 = 78112124205
global G1 = 19491401468
global G2 = 29596842574
global G3 = 26871232472
global G4 = 16932947397
global G5 = 4105088515
global G6 = 29793257050
global G7 = 23980494512
global G8 = 18650000634
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_2_4
;-----10
def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 24710806277
global K2 = 33928730621
global K3 = 29553004929
global K4 = 15117920005
global K5 = 44662737158
global K6 = 27499330675
global K7 = 16811135386
global K8 = 40106523405
global G1 = 19637884684
global G2 = 19898100214
global G3 = 13917062966
global G4 = 14527970557
global G5 = 10418218658
global G6 = 15667876647
global G7 = 8033705449
global G8 = 11158001649
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_2_5

```

;-----11

```

def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 57494912754
global K2 = 36887175914
global K3 = 26374056132
global K4 = 35392696494
global K5 = 24374985565
global K6 = 26906105935
global K7 = 17502975950
global K8 = 42217847143
global G1 = 16204087438
global G2 = 26266764103
global G3 = 25017536751
global G4 = 19300525815
global G5 = 10924279700
global G6 = 14572735886
global G7 = 5774884408
global G8 = 15335992935
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_3_1

```

;-----12

```

def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 23476288839
global K2 = 51023333829
global K3 = 42810310182
global K4 = 36479912382
global K5 = 23806864040
global K6 = 41950487533
global K7 = 32101845692
global K8 = 15333165569
global G1 = 22731902694
global G2 = 14948902895
global G3 = 14451154635
global G4 = 32552227417
global G5 = 22279848559

```

```

global G6 = 26126338121
global G7 = 28065508155
global G8 = 11463199305
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_3_2
;-----13

```

```

def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 31257408258
global K2 = 37811649994
global K3 = 35315503131
global K4 = 41343445294
global K5 = 67470014174
global K6 = 36214415862
global K7 = 13256790539
global K8 = 49183888829
global G1 = 21602747943
global G2 = 21427033567
global G3 = 30875301086
global G4 = 20572390491
global G5 = 19628698788
global G6 = 20916616045
global G7 = 10552278177
global G8 = 43904722184
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_3_3
;-----14

```

```

def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 40269059203
global K2 = 49917342797
global K3 = 45170535335
global K4 = 36941156698
global K5 = 26935251829
global K6 = 20032824826
global K7 = 37389568282

```

```

global K8 = 15516094512
global G1 = 26150148693
global G2 = 13721576175
global G3 = 28557890396
global G4 = 24426674423
global G5 = 18285948095
global G6 = 14317277014
global G7 = 15149755705
global G8 = 13101282598
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_3_4

```

```
;
```

15

```

def Property_K_30_G20_Disp_40%
global K1 = 20378078110
global K2 = 25826246959
global K3 = 46963031158
global K4 = 20392859672
global K5 = 27931817931
global K6 = 36200752978
global K7 = 49271856218
global K8 = 18088711689
global G1 = 5170506989
global G2 = 25014553608
global G3 = 23092754923
global G4 = 14614263414
global G5 = 23076929715
global G6 = 22635952114
global G7 = 16574761099
global G8 = 14926474756
end
@Property_K_30_G20_Disp_40%
save Property_K30_G20_Disp_40%_3_5

```

```
;
```

```
;Définition des propriétés de matériaux suivant une loi de distribution normale (Gauss)
```

```
;Dispersion de 50%
```

;-----1

```
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 48389096113
global K2 = 45822138266
global K3 = 23704466306
global K4 = 67512290874
global K5 = 49100548343
global K6 = 47991726509
global K7 = 19993659710
global K8 = 30162378910
global G1 = 25813694770
global G2 = 37932097762
global G3 = 14965423866
global G4 = 22345745997
global G5 = 23925356395
global G6 = 23170805485
global G7 = 4001078701
global G8 = 29384120858
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_1
```

;-----2

```
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 41590225313
global K2 = 29052124622
global K3 = 25689404386
global K4 = 42862005860
global K5 = 23183035940
global K6 = 30161219305
global K7 = 67331665226
global K8 = 50156608116
global G1 = 15026121269
global G2 = 1074142852
global G3 = 15055532054
global G4 = 30864255273
global G5 = 16832411853
```

```

global G6 = 27677408576
global G7 = 32326154319
global G8 = 22815568223
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_2
;-----3
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 41469967376
global K2 = 63033211366
global K3 = 24802459469
global K4 = 25975656475
global K5 = 41828319657
global K6 = 40181901189
global K7 = 22611810740
global K8 = 63830747270
global G1 = 10632500158
global G2 = 32486361811
global G3 = 22385866082
global G4 = 11998038240
global G5 = 17014481323
global G6 = 28215579328
global G7 = 21489172519
global G8 = 27797120816
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_3
;-----4
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 40374890280
global K2 = 33853036762
global K3 = 11851829034
global K4 = 28881901320
global K5 = 18607449925
global K6 = 36689970178
global K7 = 27325471668

```



```

global K8 = 13614062532
global G1 = 33693079381
global G2 = 33823137124
global G3 = 2412282407
global G4 = 20170211933
global G5 = 18248836164
global G6 = 24691014510
global G7 = 16649285094
global G8 = 11231459262
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_4
;-----5
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 37407629710
global K2 = 29527733507
global K3 = 72042665882
global K4 = 30040739678
global K5 = 47820923404
global K6 = 16647139849
global K7 = 30060231287
global K8 = 38056360912
global G1 = 25980268725
global G2 = 17446138877
global G3 = 12970242602
global G4 = 27546600500
global G5 = 21011881068
global G6 = 14816020060
global G7 = 11582262737
global G8 = 23372565516
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_5
;-----6
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 73067484512

```

```

global K2 = 24030076778
global K3 = 33727740250
global K4 = 35764297839
global K5 = 29280839802
global K6 = 21401455190
global K7 = 39077666618
global K8 = 12493568496
global G1 = 7200635587
global G2 = 20356942564
global G3 = 8338095136
global G4 = 7843739291
global G5 = 8239369486
global G6 = 17679401531
global G7 = 16558517523
global G8 = 9673483469
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_2_1
;-----7
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 13734653597
global K2 = 11608482358
global K3 = 61238005249
global K4 = 69092628867
global K5 = 36943173503
global K6 = 39656412203
global K7 = 46657190827
global K8 = 38076261793
global G1 = 7334831530
global G2 = 1372820912
global G3 = 25426659300
global G4 = 29440100257
global G5 = 35456225810
global G6 = 35491650629
global G7 = 9876050677
global G8 = 24878870641

```

```

end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_2_2
;-----8
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 24167694695
global K2 = 71757812141
global K3 = 20757788737
global K4 = 3355738803
global K5 = 41186102711
global K6 = 32601115057
global K7 = 22664879755
global K8 = 41745510164
global G1 = 20012619239
global G2 = 11784420672
global G3 = 14727795638
global G4 = 2753888617
global G5 = 14540507942
global G6 = 22682895683
global G7 = 10794981386
global G8 = 33523140296
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_2_3
;-----9
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 40806297723
global K2 = 37086521236
global K3 = 49534411422
global K4 = 20193452959
global K5 = 33807087978
global K6 = 34389568176
global K7 = 7853985911
global K8 = 42506006897
global G1 = 18670762125
global G2 = 24555670330

```

```

global G3 = 31945940059
global G4 = 1280961947
global G5 = 17931740836
global G6 = 30204712453
global G7 = 5171962180
global G8 = 21058037924
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_2_4
;-----10
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 20243145476
global K2 = 28972776893
global K3 = 18391220995
global K4 = 33954221484
global K5 = 36810603281
global K6 = 65315315472
global K7 = 24176357632
global K8 = 16430873378
global G1 = 18645284904
global G2 = 8760987435
global G3 = 13139647358
global G4 = 33098315321
global G5 = 9062303030
global G6 = 23597745035
global G7 = 17583427103
global G8 = 10290098140
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_2_5
;-----11
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 30299505700
global K2 = 15758990988
global K3 = 18907688930
global K4 = 61664440030

```

```

global K5 = 43030094124
global K6 = 29865738118
global K7 = 53928942028
global K8 = 25153639247
global G1 = 19819606273
global G2 = 3323450579
global G3 = 16517076397
global G4 = 32208656699
global G5 = 13268856997
global G6 = 10091046129
global G7 = 16045116859
global G8 = 24203884600
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_3_1
;-----12
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 7288439368
global K2 = 43638846212
global K3 = 53483162295
global K4 = 56050201996
global K5 = 35250230970
global K6 = 49116755539
global K7 = 77512294259
global K8 = 9862723194
global G1 = 6724651535
global G2 = 7350179254
global G3 = 8763875081
global G4 = 30606981959
global G5 = 28190954759
global G6 = 20774548425
global G7 = 19861154265
global G8 = 6524426276
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_3_2

```

; 13

```
def Property_K_30_G20_Disp_50%
```

```
global K1 = 42083405636
```

```
global K2 = 58992872103
```

```
global K3 = 14170071912
```

```
global K4 = 67668141886
```

```
global K5 = 61524049367
```

```
global K6 = 24009476723
```

```
global K7 = 31506119790
```

```
global K8 = 27654577985
```

```
global G1 = 28895831343
```

```
global G2 = 22659267011
```

```
global G3 = 10372239154
```

```
global G4 = 27308358363
```

```
global G5 = 59917795220
```

```
global G6 = 15443693024
```

```
global G7 = 27462816737
```

```
global G8 = 27462816737
```

```
end
```

```
@Property_K_30_G20_Disp_50%
```

```
save Property_K30_G20_Disp_50%_3_3
```

; 14

```
def Property_K_30_G20_Disp_50%
```

```
global K1 = 57112956812
```

```
global K2 = 15720313033
```

```
global K3 = 35224385404
```

```
global K4 = 32733429483
```

```
global K5 = 23948331394
```

```
global K6 = 20710412021
```

```
global K7 = 86459975895
```

```
global K8 = 43394223970
```

```
global G1 = 26924806257
```

```
global G2 = 2009201176
```

```
global G3 = 15343090404
```

```
global G4 = 14486261130
```

```
global G5 = 13539588559
```

```

global G6 = 10219805568
global G7 = 33014198430
global G8 = 28106623025
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_3_4
;-----15
def Property_K_30_G20_Disp_50%
global K1 = 17407563610
global K2 = 32469059837
global K3 = 51598543753
global K4 = 44532861314
global K5 = 21680469975
global K6 = 38037090993
global K7 = 15959575497
global K8 = 74185071602
global G1 = 11804101001
global G2 = 11363840763
global G3 = 13902774804
global G4 = 18480452632
global G5 = 11387384171
global G6 = 6202203672
global G7 = 13860494775
global G8 = 37449463030
end
@Property_K_30_G20_Disp_50%
save Property_K30_G20_Disp_50%_3_5

```

ANNEXE H

Code Flac 3D - Création du modèle numérique

Le code ci-dessous permet de créer le modèle numérique contenant 64 000 éléments du modèle numérique. Dans cet exemple le chargement appliqué est de 50 MPa suivant X et Y et de 20 MPa suivant Z (les contraintes sont en compression). Les propriétés des matériaux sont celles définies dans le fichier "Property_K30_G20_Disp_10%-1".

```

;-----
;Simulation_8_Zones_10%-1
;-----
;Création du model Cube_40
;-----
;-----
;On appelle les données issus de la sauvegarde "Property_K30_G20_Disp_10%-1". Les don-
nées sont issus d'une distribution normale avec moyenne et écart type générées sous Excel
pour plus de facilité.
;-----
restore Property_K30_G20_Disp_10%-1
gen zone brick size 40 40 40 ...
p0 0, 0, 0 ...
p1 10, 0, 0 ...
p2 0,10, 0 ...
p3 0, 0,10
model mech elastic
apply sxx -50e6 range x 9.9 10.1 ;on applique un état de contrainte aux bords libres
apply syy -50e6 range y 9.9 10.1
apply szz -20e6 range z 9.9 10.1
apply sxx -50e6 range x -0.9 0.1 ;on applique un état de contrainte aux bords libres
apply syy -50e6 range y -0.9 0.1
apply szz -20e6 range z -0.9 0.1
ini density = 2500
ini xdis=0 ydis=0 zdis=0 ;on initialise les déplacements
group zone bloc1 range x 0 5 y 0 5 z 0 5 ;On nomme les zones du cube
group zone bloc2 range x 5 10 y 0 5 z 0 5

```



```

group zone bloc3 range x 0 5 y 5 10 z 0 5
group zone bloc4 range x 5 10 y 5 10 z 0 5
group zone bloc5 range x 0 5 y 0 5 z 5 10
group zone bloc6 range x 5 10 y 0 5 z 5 10
group zone bloc7 range x 0 5 y 5 10 z 5 10
group zone bloc8 range x 5 10 y 5 10 z 5 10
model mech elastic range group bloc1 ;on définit les propriétés de chaque zone
prop bulk = @K1 shear = @G1 range group bloc1
model mech elastic range group bloc2
prop bulk = @K2 shear = @G2 range group bloc2
model mech elastic range group bloc3
prop bulk = @K3 shear = @G3 range group bloc3
model mech elastic range group bloc4
prop bulk = @K4 shear = @G4 range group bloc4
model mech elastic range group bloc5
prop bulk = @K5 shear = @G5 range group bloc5
model mech elastic range group bloc6
prop bulk = @K6 shear = @G6 range group bloc6
model mech elastic range group bloc7
prop bulk = @K7 shear = @G7 range group bloc7
model mech elastic range group bloc8
prop bulk = @K8 shear = @G8 range group bloc8
solve
save Simulation_8_Zones_X50_Y50_Z20_K30_G20_Disp_10%_1
;_____

```

ANNEXE I

Code Flac 3D - Prélèvement des données dans le modèle

Le code ci-dessous permet de tester l'ensemble des 64 000 éléments du modèle numérique et de prélever les contraintes sur le centroïdes répertoriés dans le tableau 4.1. Les données sont ensuite enregistrées dans un fichier ".dat" pour être exploitées sous Excel 2007.

```

;-----
def setup
global a_size = 10000 ; Faire attention à la TAILLE de la matrice
global IO_READ = 0
global IO_WRITE = 1 ; permet de réécrire sur le fichier
global IO_FISH = 0
global IO_ASCII = 1 ; mode ASCII actif
global filename = 'Contraintes_8_Zones.dat'
end
@setup
;-----
;-----
define Contraintes_8_Zones
command
set log on
endcommand
cadre1 = '-----',
cadre2 = '-----',
entete1 = ' '+string('Numero_Zone')+' '+string('Coord_Centre')+' '
+string('Bulk_Modulus')+' '+string('Shear_Modulus')+' '+string('Sxx')+' '
+string('Syy')+' '+string('Szz')+' '+string('Sxy')+' '+string('Sxz')+' '+string('Syz')
ligne1 = out(cadre1+cadre2) ; le nom de la ligne n'a pas d'influence sur le déroulement du
"calcul"
ligne2 = out(entete1)
ligne3 = out(cadre1+cadre2)
array contraintes(6) Mat_Contraintes(a_size)
; "Mat_Contraintes" est la matrice rassemblant toutes les lignes de calcul intéressantes et
devant être exportées

```

```

pnt=zone_head
pnt_Final=nzone
local n=1
Mat_Contraintes(n) = cadre3
n=2
Mat_Contraintes(n) = entete1
n=3
Mat_Contraintes(n) = cadre3
n=4
local status = open(filename, IO_WRITE, IO_ASCII);ouverture du fichier de référence
'filename'
local co=z_cen(pnt)
local A=3.375
local B=6.625
loop while pnt # null
  Coord_centre=z_cen(pnt);donne les coordonnées du centroïde du pointer "pnt" à chaque
étape
  calcul_contraintes=z_gettetstress(pnt,1,1,contraintes)
  if xcomp(Coord_centre) = A then
  if ycomp(Coord_centre) = A then
  if zcomp(Coord_centre) = A then
  donnee1 = ''+string(z_id(pnt))+''+string(Coord_centre)+''+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+''+string(z_prop(pnt,'shear'))
  donnee2 = ''+string(contraintes(1))+''+string(contraintes(2))+''+string(contraintes(3))
+''+string(contraintes(4))+''+string(contraintes(5))+''+string(contraintes(6))+''+
string('——— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = B then
if ycomp(Coord_centre) = A then

```

```

if zcomp(Coord_centre) = A then
donnee1 = ''+string(z_id(pnt))+''+string(Coord_centre)+''+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+''+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ''+string(contraintes(1))+''+string(contraintes(2))+''+string(contraintes(3))
+''+string(contraintes(4))+''+string(contraintes(5))+''+string(contraintes(6))+''+
string('————— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else ;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = A then
if ycomp(Coord_centre) = B then
if zcomp(Coord_centre) = A then
donnee1 = ''+string(z_id(pnt))+''+string(Coord_centre)+''+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+''+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ''+string(contraintes(1))+''+string(contraintes(2))+''+string(contraintes(3))
+''+string(contraintes(4))+''+string(contraintes(5))+''+string(contraintes(6))+''+
string('————— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else ;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = B then
if ycomp(Coord_centre) = B then
if zcomp(Coord_centre) = A then
donnee1 = ''+string(z_id(pnt))+''+string(Coord_centre)+''+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+''+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ''+string(contraintes(1))+''+string(contraintes(2))+''+string(contraintes(3))

```

```

+' '+string(contraintes(4))+'+ '+string(contraintes(5))+'+ '+string(contraintes(6))+'+ '+
string('——— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = A then
if ycomp(Coord_centre) = A then
if zcomp(Coord_centre) = B then
donnee1 = ' '+string(z_id(pnt))+'+ '+string(Coord_centre)+'+ '+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+' '+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ' '+string(contraintes(1))+'+ '+string(contraintes(2))+'+ '+string(contraintes(3))
+' '+string(contraintes(4))+'+ '+string(contraintes(5))+'+ '+string(contraintes(6))+'+ '+
string('——— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = B then
if ycomp(Coord_centre) = A then
if zcomp(Coord_centre) = B then
donnee1 = ' '+string(z_id(pnt))+'+ '+string(Coord_centre)+'+ '+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+' '+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ' '+string(contraintes(1))+'+ '+string(contraintes(2))+'+ '+string(contraintes(3))
+' '+string(contraintes(4))+'+ '+string(contraintes(5))+'+ '+string(contraintes(6))+'+ '+
string('——— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante

```

```

Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = A then
if ycomp(Coord_centre) = B then
if zcomp(Coord_centre) = B then
donnee1 = ''+string(z_id(pnt))+''+string(Coord_centre)+''+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+''+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ''+string(contraintes(1))+''+string(contraintes(2))+''+string(contraintes(3))
+''+string(contraintes(4))+''+string(contraintes(5))+''+string(contraintes(6))+''+
string('——— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else;"else" peut ne pas être ajouté
endif
endif
endif
if xcomp(Coord_centre) = B then
if ycomp(Coord_centre) = B then
if zcomp(Coord_centre) = B then
donnee1 = ''+string(z_id(pnt))+''+string(Coord_centre)+''+string(z_prop(pnt,'bulk'))
+''+string(z_prop(pnt,'shear'))
donnee2 = ''+string(contraintes(1))+''+string(contraintes(2))+''+string(contraintes(3))
+''+string(contraintes(4))+''+string(contraintes(5))+''+string(contraintes(6))+''+
string('——— ')
;permet l'envoi des données enregistrées vers "filename"
n=n+1 ;permet d'inscrire les données dans "Mat_Contraintes" sur la ligne suivante
Mat_Contraintes(n) = donnee1 + donnee2
ligne4 = out(donnee1+donnee2)
else;"else" peut ne pas être ajouté
endif

```

```
endif
endif
pnt=z_next(pnt)
endloop
ligne5 = out(cadre1+cadre2)
status = write(Mat_Contraintes,n)
status = close
command
set log off
endcommand
end
@Contraintes_8_Zones
;
```
